

На правах рукописи



Агаханов Гаджи Элифханович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ
ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ
С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ**

Специальность

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Махачкала - 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Дагестанский государственный технический университет»

Научный руководитель: **Мелехин Владимир Борисович** - доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Гайджуров Петр Павлович** - доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет», профессор кафедры «Техническая механика»;

Бейбалаев Ветлугин Джабраилович - кандидат физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Дагестанский государственный университет», доцент кафедры «Прикладная математика».

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова».

Защита диссертации состоится «27» декабря 2016 г. в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д.212.052.02 при ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» по адресу: 367015, Республика Дагестан, г. Махачкала, проспект им. Имама Шамиля 70, диссертационный зал административного корпуса, кабинет 201.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет» www.dstu.ru. Сведения о защите и автореферате диссертации размещены на официальном сайте ВАК Министерства образования и науки РФ <http://www.vak.ed.gov.ru>.

Автореферат разослан «15» ноября 2016 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент



Е.Н. Меркухин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В настоящее время вопросы надежности, долговечности и экономичности зданий, сооружений и их оснований, а также конструкций и их элементов становятся все актуальнее. Данные объекты исследования относятся к деформируемому твердому телу. Поведение деформируемых сред формируется под влиянием силовых (поверхностных и объемных) и физических (температурных, влажностных и т. п.) воздействий. Однако, если математическое моделирование силовых воздействий в деформируемых средах сегодня можно считать задачей вполне решаемой, то по отношению к физическим воздействиям, учет которых имеет большое практическое значение, подобное утверждение считаем преждевременным. Для приближения расчетов к реальным условиям физических воздействий требуется дальнейшее совершенствование существующих математических моделей деформируемой среды. Особенностью физических воздействий является то, что они могут являться как причиной вынужденных деформаций, так и причиной изменения свойств деформируемых сред. Также деформируемые среды, особенно при наличии физических воздействий, не обладают большой стабильностью деформаций под нагрузкой и поэтому, при современных требованиях к точности результатов расчета, нельзя игнорировать ярко выраженное свойство среды деформироваться во времени, т. е. ползучесть.

Из отмеченного выше следует, что тема исследования «Математическое моделирование физических воздействий в деформируемых средах с учетом ползучести» является весьма актуальной.

Степень разработанности темы исследования. Напряженно-деформированное состояние среды существенно зависит от ее состояния и интенсивности силовых и физических воздействий. Характеристики деформируемой среды обычно зависят от температуры и влажности, которая может быть связана с температурой. Небольшие изменения температуры и влажности, вызывающие в статически неопределимых системах заметные напряжения, в некоторых деформируемых средах мало изменяют их свойства. В этих случаях температуру и влажность можно рассматривать лишь как причину вынужденных деформаций. В других случаях необходимо учитывать влияние изменений температуры и влажности на характеристики среды.

В работах Андреева В.И. и Авершьева А.С. получены решения задач с учетом непрерывной неоднородности материала, обусловленной воздействием влажностного поля. При этом рассматривается несвязанная задача влагоупругости, на первом этапе решения которой определяется влажностное поле, и устанавливаются функциональные зависимости упругих характеристик материала от полученного влажностного воздействия. На следующем этапе решается собственно задача влагоупругости. При определении зависимости характеристик материала от влажности используются соответствующие экспериментальные данные, имеющиеся в научной и нормативной литературе.

В частности, в работах Бируля А.К. и Сиденко В.М. представлены закономерности сезонного качественного и количественного изменения основных физико-механических свойств грунтов земляного полотна автомобильных до-

рог. Также известно, что влажность грунта в верхней части земляного полотна изменяется в соответствии с синусоидой среднегодового цикла. На развитие вопросов водно-теплового режима земляного полотна и дорожных одежд наибольшее влияние оказали работы Золоторя И.А., Пузакова Н.А., Сиденко В.М. и Тулаева А.Я. Так как теплообмен влияет на влагообмен, а последний в свою очередь изменяет теплосодержание, то перенос тепла и влаги в слоях земляного полотна и дорожных одежд в работе Леоновича И.И. и Вырко Н.П. рассматривается комплексно в виде системы связанных дифференциальных уравнений применительно к трем расчетным схемам.

В данной работе производится математическое моделирование физических воздействий (влажности, температуры и водно-теплового режима) и воздействия порового давления в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. Рассматриваются задачи по моделированию влажностных напряжений в полупространстве, воздействия потока тепла на полупространство, порового давления в грунтовой среде и деформаций земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

Целью диссертационной работы является разработка математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести и развитие аналитических методов решения задач инженерной практики на базе данной модели.

Основные задачи исследований:

1. Разработка математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести;

2. Развитие аналитических методов решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций с составлением компьютерных программ и выполнением расчетов для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;
- порового давления в грунтовой среде;
- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима

Научная новизна исследований заключается в разработке математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести и развитии аналитических методов решения задач инженерной практики по данной модели, позволяющей совершенствование существующих моделей деформируемой среды, приближение расчетов к реальным условиям физических воздействий.

Теоретическая значимость работы. Разработан математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. Результаты диссертационной работы включены в учебный процесс в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Дагестанский государственный технический университет».

Практическая значимость работы. Результаты диссертационной работы могут использоваться для прогноза напряженно-деформированного состояния сред, работающих в условиях физических воздействий, в частности для прогнозирования процесса деформирования грунтов в основаниях зданий и сооружений, а также в грунтовых сооружениях и массивах с учетом физических воздействий. Результаты диссертационной работы использованы ГКУ РД «Дагдорконтроль» при прогнозировании деформаций земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима на территории Республики Дагестан.

Методология и методы исследования. Исследования в работе проведены методами математики и механики деформируемого твердого тела с составлением алгоритмов и компьютерных программ расчета с использованием численных методов и основаны на математическом моделировании физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести;

2. Аналитические методы решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций и результаты расчетов по составленным компьютерным программам для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;
- порового давления в грунтовой среде;
- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима

Достоверность результатов подтверждается:

- строгостью математической постановки задач и физически обоснованными расчетными моделями;

- соответствием полученных результатов общим теоретическим положениям, установленным ранее другими авторами;

- сравнением полученных результатов с известными решениями других авторов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы, по мере завершения соответствующих разделов, были доложены на ежегодных научно-технических конференциях ДГТУ (Махачкала, 2013, 2014, 2015, 2016 гг.), международной научно-практической конференции ДГИНХ (Махачкала, 2013 г.), международной научно-практической конференции ГГНТУ (Грозный, 2015 г.), международных научно-практических конференциях РГСУ (Ростов-на-Дону, 2014, 2015 гг.), всероссийской научно-технической конференции ДГТУ (Махачкала, 2016 г.).

В завершённом виде работа докладывалась на заседании кафедры управления и информатики в технических системах и вычислительной техники ДГТУ (Махачкала, 2016).

Публикации. Результаты диссертационной работы достаточно полно изложены в 13 опубликованных работах, в том числе в 6 работах, опубликованных в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 180 наименований и 4 приложений. Основная часть работы изложена на 92 страницах машинописного текста, включающего 16 таблиц и 18 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель диссертации и поставлены задачи исследования, описаны научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, приведены положения, выносимые на защиту и сведения об апробации работы.

В первой главе «Состояние вопроса» для оценки состояния вопроса выполнен обзор литературы по теме диссертационной работы. Рассмотрены вопросы влаго- и теплообмена. По теории Онзагера, все явления переноса, выражаются идентичными линейными законами Дарси и Букингема. Подробным изучением влажности занимался Лыков А.В. Также проведен анализ основных моделей теории ползучести. В числе первых исследований по ползучести были Вика, Вебер и Кольрауш. Максвелл впервые представил закон деформирования по времени в виде дифференциального уравнения. Больцман создал достаточно общий математический аппарат для описания явлений линейной ползучести, развитый впоследствии Вольтерра. Большой вклад в развитие теории ползучести внесли работы Ю. Н. Работнова, М. И. Розовского, Г. Н. Маслова, Н. Х. Арутюняна, А. Р. Ржаницына и др.

Во второй главе «Моделирование физических воздействий в деформируемых средах» выполнена постановка задачи, построена расчетная модель деформируемой среды с учетом физических воздействий и приведены разрешающие уравнения. Рассматривается деформируемая среда со свойствами ползучести, находящаяся под силовыми и физическими воздействиями. Система уравнений для трехосного напряженного состояния в рамках модели линейно-деформируемого сплошного изотропного тела включает в себя:

Дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial x} \right) + X &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial y} \right) + Y &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial z} \right) + Z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Условия неразрывности деформаций

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}; \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right); \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right); \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Неинвариантное во времени линейно-наследственное уравнение ползучести

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_\theta + L_c \left(\frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_\theta + L_c \left(\frac{2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \varepsilon_z &= \varepsilon_\theta + L_c \left(\frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \gamma_{xy} &= L_c(\tau_{xy}); \\ \gamma_{yz} &= L_c(\tau_{yz}); \\ \gamma_{zx} &= L_c(\tau_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В решенном относительно напряжений виде они выглядят

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \sigma_y &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \sigma_z &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \tau_{xy} &= S_c(\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz} &= S_c(\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx} &= S_c(\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В зависимостях (1) - (4) использованы следующие обозначения:

$$\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z; \quad \varepsilon_\theta - \text{вынужденные деформации};$$

$S_c(\cdot)$, $S_o(\cdot)$, $L_c(\cdot)$, $L_o(\cdot)$ - операторы, имеющие вид:

$$L_c(p) = \frac{1}{G(t)} \left[p(t) + \int_{t_0}^t p(\tau) K_c(t, \tau) d\tau \right]; \quad L_o(p) = \frac{1}{E_o(t)} \left[p(t) + \int_{t_0}^t p(\tau) K_o(t, \tau) d\tau \right];$$

$$S_c(p) = G(t)p(t) - \int_{t_0}^t p(\tau)G(\tau)R_c(t, \tau)d\tau; \quad S_o(p) = E_o(t)p(t) - \int_{t_0}^t p(\tau)E_o(\tau)R_o(t, \tau)d\tau;$$

$$K_c(t, \tau) = -\frac{\partial F_3(t, \tau)/\partial \tau}{F_3(t, \tau)} = \frac{1+\nu(t, \tau)}{1+\mu(t, \tau)} K(t, \tau) - \text{наследственное ядро для деформаций}$$

сдвига; t_o - момент начала загрузки;

$$K_o(t, \tau) = \frac{1-2\nu(t, \tau)}{1-2\mu(t, \tau)} K(t, \tau) - \text{наследственное ядро для объемных деформаций};$$

$$K(t, \tau) = -\frac{\partial F_1(t, \tau)/\partial \tau}{F_1(t, \tau)} - \text{ядро уравнения ползучести};$$

$R_c(t, \tau)$ - резольвента ядра $K_c(t, \tau)$; $R_o(t, \tau)$ - резольвента ядра $K_o(t, \tau)$;

$$E_o(t) = \frac{E(t)}{3-6\mu(t, t)} - \text{объемный мгновенный модуль упругости};$$

$$E(t) = \frac{1}{F_1(t, t)}; \quad \mu(t, \tau) = \frac{F_2(t, \tau)}{F_1(t, \tau)}; \quad G(t) = \frac{1}{F_3(t, t)} = \frac{E(t)}{2[1+\mu(t, t)]};$$

$F_1(t, \tau)$, $F_2(t, \tau)$, $F_3(t, \tau)$ - экспериментально получаемые зависимости и из трех функций независимыми являются только две, а третья однозначно выражается через них формулой $F_3(t, \tau) = 2[F_1(t, \tau) + F_2(t, \tau)]$;

$$\nu(t, \tau) = \frac{\partial F_2(t, \tau)/\partial \tau}{\partial F_1(t, \tau)/\partial \tau}. \text{ Между коэффициентами } \nu(t, \tau) \text{ и } \mu(t, \tau) \text{ существует зависи-}$$

$$\text{мость } \nu(t, \tau) = \mu(t, \tau) + \frac{F_1(t, \tau)}{\partial F_1(t, \tau)/\partial \tau} \partial \mu(t, \tau)/\partial \tau.$$

В случае квазиупругой среды, первый коэффициент Пуассона $\mu(t, \tau)$ не зависит от момента приложения нагрузки τ и $\nu = \mu = \mu(t)$, $K_c(t, \tau) = K_o(t, \tau) = K(t, \tau)$.

Тогда дифференциальные уравнения равновесия (1) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left[\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial x} \right] + X &= 0; \\ S_c \left[\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial y} \right] + Y &= 0; \\ S_c \left[\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial z} \right] + Z &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и, перейдя к оператору L_c , обратному S_c :

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial x} - L_c(X) &= 0; \\ \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial y} - L_c(Y) &= 0; \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial z} - L_c(Z) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Положив силовые воздействия равными нулю, мы имеем для деформаций от физических воздействий в квазиупругой среде обычные уравнения теории упругости. Для квазиупругой среды уравнения (3) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} E(t)\varepsilon_x &= E(t)\varepsilon_0 + L(\sigma_x) - \mu(t)L(\sigma_y + \sigma_z); \\ E(t)\varepsilon_y &= E(t)\varepsilon_0 + L(\sigma_y) - \mu(t)L(\sigma_z + \sigma_x); \\ E(t)\varepsilon_z &= E(t)\varepsilon_0 + L(\sigma_z) - \mu(t)L(\sigma_x + \sigma_y); \\ G(t)\gamma_{xy} &= L(\tau_{xy}); \\ G(t)\gamma_{yz} &= L(\tau_{yz}); \\ G(t)\gamma_{zx} &= L(\tau_{zx}); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $L(\)$ - оператор, имеющий вид: $L(\sigma) = \sigma(t) + \int_{t_0}^t \sigma(\tau)K(t, \tau)d\tau$.

Обычно вынужденные деформации можно считать заданной функцией времени $\varepsilon_0(t)$, тогда уравнения будут иметь только одну независимую переменную – время. Легко видеть, что инвариантная во времени среда, вынужденные деформации которой изменяются по заданному закону во времени, может рассматриваться как среда с переменными свойствами. Поэтому к нему могут быть применены те же методы расчета на ползучесть, как и к неинвариантной среде, работающей при постоянных или переменных вынужденных деформациях. Для среды с неизменяющимися свойствами все зависимости должны быть инвариантными во времени. При этом характеристики среды, зависящие от двух переменных t и τ , превращаются в функции разности этих двух переменных $t - \tau$, а функции t превращаются в постоянные величины.

В третьей главе «Решения задач» выполнено моделирование влажностных напряжений в полупространстве, воздействия потока тепла на полупространство и порового давления в грунтовой среде.

Рассмотрено грунтовое полупространство с изменением влажности во времени по закону

$$W = W_{\max}(1 - e^{-\nu t}), \quad (8)$$

где: W_{\max} - полная влагоемкость грунта; ν - коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения.

Учитывая, что массив грунта бесконечен в направлениях горизонтальных осей Ox и Oy , следует положить деформации $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, иначе суммарное увеличение размеров массива было бы также бесконечным. В силу равнозначности направлений Ox и Oy напряжения $\sigma_x = \sigma_y$. Кроме того, плоская поверхность $z = 0$ совершенна свободна, поэтому напряжения $\sigma_z = 0$, а деформации $\varepsilon_z = \beta W$, где β - коэффициент разбухания грунта.

Представляя структуру грунта в виде модели, составленной из двух упругих и одного вязкого элемента, и полагая, что свойства упругих элементов при изменении влажности не меняются, основное упрощенное дифференциальное уравнение линейного деформирования имеет вид:

$$En(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + H\varepsilon = \sigma + n(t) \frac{d\sigma}{dt}, \quad (9)$$

где: E - мгновенный модуль упругости; H - длительный модуль упругости; n - время релаксации.

Рассмотрен случай постоянства мгновенного и длительного модулей упругости и переменного времени релаксации. Введя шкалу условного времени по формулам $d\xi = \frac{dt}{n(t)}$, $\xi = \int_0^t \frac{dt}{n(t)}$ и принимая зависимость масштаба условного

времени ξ от влажности W по формуле $\frac{d\xi}{dt} = \frac{W - W_{\max}}{n_0}$ получено решение

$$\sigma = \beta n_0 \nu (E - H) \left(e^{\frac{W_{\max}(1 - e^{-\nu t})}{n_0 \nu}} - 1 \right) + \beta H W_{\max} (1 - e^{-\nu t}), \quad (10)$$

где $n_0 = n(W - W_{\max})$.

Максимальное значение σ приобретает при полном увлажнении грунта, когда $W = W_{\max}$, $t = \infty$. При этом

$$\sigma = \sigma_{\max} = \beta n_0 \nu (E - H) \left(e^{\frac{W_{\max}}{n_0 \nu}} - 1 \right) + \beta H W_{\max}. \quad (11)$$

Если интенсивность увлажнения очень мала, то, полагая $\nu \rightarrow 0$, получим

$$\sigma_{\max} = \beta H W_{\max}. \quad (12)$$

При очень интенсивном увлажнении $\nu \rightarrow \infty$ и

$$\sigma_{\max} = \beta E W_{\max}. \quad (13)$$

По полученному решению составлена программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы и выполнены расчеты при различных значениях исходных данных. Результаты численного счета представлены на рисунках 1 и 2 ($W_{\max} = 0.3$, $\beta = 1.15$, $E = 21$ МПа, $H = 12$ МПа).

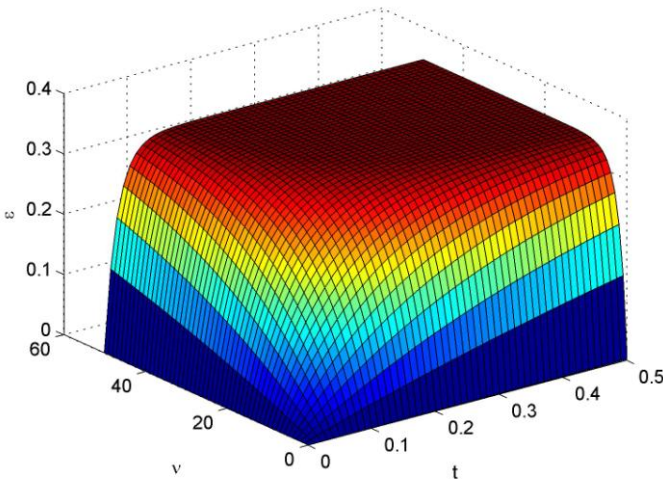


Рисунок 1 – Распределение влажностных деформаций

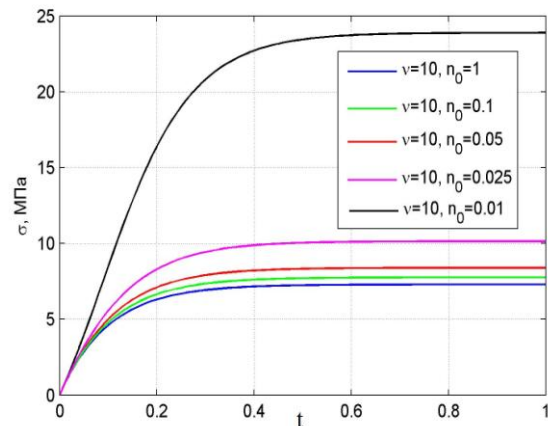


Рисунок 2- Графики изменения влажностных напряжений

Рассмотрена задача для неограниченного грунтового массива с плоской поверхностью, который будем считать бесконечным полупространством, находящегося под действием вынужденных деформаций ε_θ , вызванных плоско - параллельным потоком тепла. При этом перемещения u и v в направлениях, перпендикулярных потоку тепла, а также деформации ε_x и ε_y равны нулю. Перемещения же w и деформации ε_z зависят только от переменной z . Объемные силы считаем равными нулю. В случае квазиупругого грунтового массива из уравнений (6) остается только одно уравнение

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial z}, \quad (14)$$

откуда, интегрируя, получаем

$$\varepsilon_z = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta + C. \quad (15)$$

Постоянная C определяется началом шкалы отсчета вынужденных деформаций. Считая, что при $\varepsilon_\theta = 0$ деформации массива равны нулю, получим:

$$C = 0; \quad \varepsilon_z = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta. \quad (16)$$

Для определения напряжений необходимо решить уравнения (7), в которых следует положить: $\sigma_x = \sigma_y$; $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ и ε_z , согласно (16):

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\mu E}{1-\mu} \varepsilon_\theta &= L(\sigma_z) - 2\mu L(\sigma_x); \\ E \varepsilon_\theta &= \mu L(\sigma_z) - (1-\mu)L(\sigma_x). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Отсюда, исключая ε_θ , получим:

$$\frac{2\mu^2 + \mu - 1}{1-\mu} L(\sigma_z) = 0; \quad L(\sigma_z) = 0. \quad (18)$$

Последнее равенство означает, что

$$\sigma_z = 0. \quad (19)$$

Учитывая (19), получаем из (17):

$$L(\sigma_x) = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\theta \quad (20)$$

или в развернутом виде:

$$\sigma_x(t) + \int_{t_0}^t \sigma_x(\tau) K(t, \tau) d\tau = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\theta. \quad (21)$$

В правой части все величины могут быть функциями времени. Считая, далее, грунтовой массив инвариантным во времени, определим напряжения $\sigma_x = \sigma_y$ от вынужденных деформаций ε_θ из уравнения (21):

$$\sigma_x(t) + \int_{-\infty}^t \sigma_x(\tau) K(t-\tau) d\tau = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\varepsilon(t). \quad (22)$$

Произведя замену независимого переменного τ под знаком интеграла на θ по формулам: $\tau = t - \theta$; $\theta = t - \tau$, получим закон (22) в следующем виде:

$$\sigma_x(t) + \int_0^\infty \sigma_x(t-\theta) K(\theta) d\theta = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\varepsilon(t). \quad (23)$$

Предположим, что действие вынужденных деформаций ε_ε в грунтовом массиве вызвано температурой T_0 на его поверхности:

$$T_0 = \sum A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n). \quad (24)$$

Температурное поле внутри грунтового массива выражается формулой

$$T = \sum A_n e^{-\lambda_n z} \sin(\omega_n t - \lambda_n z + \varphi_n). \quad (25)$$

где $\lambda_n = \sqrt{\frac{Rc\omega_n}{2}}$, R – термическое сопротивление массива; c – его удельная теплоемкость.

Тогда по формуле (23), для каждого члена ряда (24) в случае установившегося температурно-напряженного колебательного процесса, получим:

$$\sigma(t) = \sum \sigma_n(z) \sin[\omega_n t + \psi_n(z)], \quad (26)$$

где $\sigma_n(z)$ – амплитуда колебаний напряжений, причем

$$\sigma_n(z) = \frac{\alpha E}{1-\mu} \cdot \frac{A_n e^{-\lambda_n z}}{\sqrt{[1+B(\omega_n)]^2 + A^2(\omega_n)}} \quad (27)$$

$\psi_n(z)$ – угол сдвига фазы, причем

$$\psi_n(z) = \varphi_n - \lambda_n z + \arctg \frac{A(\omega_n)}{1+B(\omega_n)} \quad (28)$$

$A(\omega_n)$ и $B(\omega_n)$ носят название синус- и косинус-преобразований ядра $K(\theta)$,

и выражаются формулами: $A(\omega) = \int_0^\infty K(\theta) \sin \omega \theta d\theta$; $B(\omega) = \int_0^\infty K(\theta) \cos \omega \theta d\theta$;

По полученному решению составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием численных методов и выполнены расчеты при различных значениях исходных данных. В частности, интегрирование синус- и косинус-преобразований ядра выполняется численным методом квадратур при помощи встроенной функции `quadl`. Функция `quadl` (квадратура Лобатто) использует адаптивное правило квадратуры Гаусса-Лобатто очень высокого порядка.

Результаты численного счета представлены на рисунке 3.

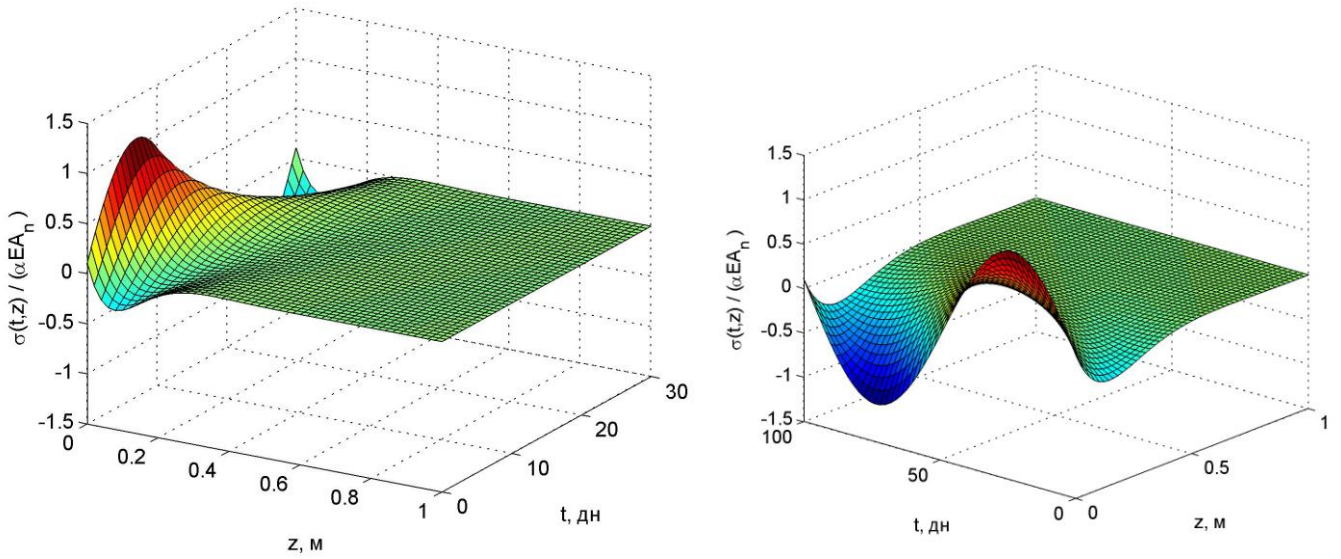


Рисунок 3 – Распределение тепловых напряжений при периоде колебаний температуры 30 и 100 дней

Рассмотрена водонасыщенная двухфазная грунтовая система, находящаяся под действием поверхностных сил. Процесс консолидации грунта сопровождается возникновением сил взаимодействия между двумя фазами грунта.

Дифференциальные уравнения равновесия (1) с объемными силами, учитывающими воздействие порового давления на грунт, выглядят:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial x} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial y} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Предположим, что перемещения, тождественно равные перемещениям от объемных сил, учитывающих воздействие порового давления на грунт, вызваны воздействием вынужденных деформаций. В силу упрощающего предположения, что поровая жидкость сопротивляется только объемному деформированию, естественно считать, что и вынужденные деформации, учитывающие воздействие порового давления на грунт, представляют собой объемную деформацию, а тензор вынужденных деформаций является шаровым с компонентами ε_e . В данном случае уравнения равновесия в перемещениях (1) записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial x} \right) &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial y} \right) &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial z} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Из (29) и (30) имеем

$$p_w = S_o(3\varepsilon_\theta) \quad \text{или} \quad \varepsilon_\theta = L_o \left(\frac{p_w}{3} \right). \quad (31)$$

Система уравнений ползучести (4) при учете воздействия порового давления на грунт с помощью объемных сил:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\ \sigma_y^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\ \sigma_z^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\ \tau_{xy}^F &= S_c(\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz}^F &= S_c(\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx}^F &= S_c(\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

В случае учета воздействия порового давления на грунт с помощью вынужденных деформаций она выглядит:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \sigma_y^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \sigma_z^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_\theta} &= S_c(\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta} &= S_c(\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta} &= S_c(\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Тогда согласно (32) и (33) с учетом (31) напряжения от вынужденных деформаций связаны с напряжениями от объемных сил зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_x^F - S_o(3\varepsilon_\theta) = \sigma_x^F - p_w; \\ \sigma_y^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_y^F - S_o(3\varepsilon_\theta) = \sigma_y^F - p_w; \\ \sigma_z^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_z^F - S_o(3\varepsilon_\theta) = \sigma_z^F - p_w; \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{xy}^F; \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{yz}^F; \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{zx}^F. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Очевидно, что σ_x^F , σ_y^F , σ_z^F и τ_{xy}^F , τ_{yz}^F , τ_{zx}^F соответствуют полным напряжениям, а $\sigma_x^{\varepsilon_\theta}$, $\sigma_y^{\varepsilon_\theta}$, $\sigma_z^{\varepsilon_\theta}$ и $\tau_{xy}^{\varepsilon_\theta}$, $\tau_{yz}^{\varepsilon_\theta}$, $\tau_{zx}^{\varepsilon_\theta}$ - напряжениям в скелете грунта.

Согласно условиям эквивалентности воздействий в механике деформируемого твердого тела действие объемных сил в общем случае можно заменить

воздействием нормально приложенных к поверхности сил P и шарового тензора вынужденных деформаций ε_o . Так как поровое давление p_w на поверхности грунтового массива равно нулю, то поверхностная сила в рассматриваемой задаче также равна нулю и зависимости принимают вид (34).

Таким образом, действие объемных сил, учитывающих воздействие порового давления на грунт, можно заменить воздействием только вынужденных деформаций, определяемых по зависимости (31), а напряжения при этом связаны зависимостями (34). Следовательно, воздействие порового давления на грунт можно рассматривается как действие объемных сил по известной расчетной модели объемных сил (модели Флорина-Био) или как воздействие вынужденных деформаций по разработанной в данной работе расчетной модели вынужденных деформаций. Эти две расчетные модели полностью согласуются с установленными ранее в механике деформируемого твердого тела общими условиями эквивалентности воздействий.

Рассмотрен случай, когда грунтовая среда подчиняется условиям квазиупругопластичного материала - объемные деформации можно считать чисто упругими, т.е. без наследственной части. При этом $1 - 2\nu(t, \tau) = 0$; $\nu(t, \tau) = 0,5$ и, согласно условиям эквивалентности воздействий для несжимаемого материала, вынужденные деформации должны тождественно равняться нулю. Такому случаю соответствует в частности мгновенное напряженно-деформированное состояние грунта, возникающее вслед за приложением внешних нагрузок, при идеально несжимаемой внутрипоровой жидкости.

Тогда зависимости (34) примут вид:

$$\sigma_x^F = \sigma_y^F = \sigma_z^F = p_w; \quad \tau_{xy}^F = \tau_{yz}^F = \tau_{zx}^F = 0. \quad (35)$$

Таким образом, в случае квазиупругопластичности грунтовой среды, в частности при $t = 0$ и идеально несжимаемой внутрипоровой жидкости, полные нормальные напряжения равны поровому давлению, а нормальные напряжения в скелете грунта и все касательные напряжения равны нулю.

В случае среды с неизменяющимися свойствами и с учетом различной сопротивляемости скелета грунта всестороннему сжатию (уплотняющие нагрузки) и всестороннему растяжению (под действием порового давления) уравнения (29) и (30) записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial x}; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial y}; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

где: $S_c(\cdot)$, $S_o^y(\cdot)$ - операторы, имеющие вид:

$$S_c(p) = G \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R_c(t - \tau) d\tau \right]; \quad S_o^y(p) = E_o^y \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R_o(t - \tau) d\tau \right];$$

$\beta = \frac{E_o^p}{E_o^y}$ - отношение модуля объемной деформации разуплотнения к

модулю объемной деформации уплотнения.

Тогда уравнения (33) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\ \sigma_y^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\ \sigma_z^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Согласно экспериментальным данным С. Р. Месчяна для многих грунтов при уплотняющих давлениях до 3 кг/см^2 соблюдается постоянство во времени коэффициента Пуассона, т. е. $\nu(t - \tau) = \mu(0) = \mu = const$, и для ядер выполняется условие $K_c(t - \tau) = K_o(t - \tau) = K(t - \tau)$, следовательно, будут равны и их резольвенты: $R_c(t - \tau) = R_o(t - \tau) = R(t - \tau)$. При этом операторы S_o и S_c будут отличаться друг от друга лишь множителем $S_o = \frac{E_o}{G} S_c = \frac{2 + 2\mu}{3 - 6\mu} S_c$.

Операторы $S_o(\)$ и $S_c(\)$ имеют вид:

$$S_o(p) = E_o \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R(t - \tau) d\tau \right]; \quad S_c(p) = G \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R(t - \tau) d\tau \right].$$

Учитывая эти обстоятельства дифференциальные уравнения равновесия (29) и (30) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{1 - 2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial x} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{1 - 2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial y} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{1 - 2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial z} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Тогда уравнения деформирования (33) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} E\varepsilon_x &= E\varepsilon_e + L(\sigma_x^{\varepsilon_e}) - \mu L(\sigma_y^{\varepsilon_e} + \sigma_z^{\varepsilon_e}); \\ E\varepsilon_y &= E\varepsilon_e + L(\sigma_y^{\varepsilon_e}) - \mu L(\sigma_z^{\varepsilon_e} + \sigma_x^{\varepsilon_e}); \\ E\varepsilon_z &= E\varepsilon_e + L(\sigma_z^{\varepsilon_e}) - \mu L(\sigma_x^{\varepsilon_e} + \sigma_y^{\varepsilon_e}); \\ G\gamma_{xy} &= L(\tau_{xy}^{\varepsilon_e}); \\ G\gamma_{yz} &= L(\tau_{yz}^{\varepsilon_e}); \\ G\gamma_{zx} &= L(\tau_{zx}^{\varepsilon_e}); \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

где $L()$ - оператор, имеющий вид: $L(\sigma) = \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau)K(t-\tau)d\tau$.

Система из трех дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях содержит четыре неизвестные функции u ; v ; w и p_w . В качестве четвертого недостающего уравнения принято соотношение, описывающее движение жидкости в деформируемой пористой среде:

$$\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial t} = \frac{k_\phi}{\gamma_w} \nabla^2 p_w - \frac{3n_{cp}}{\alpha_w} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial t}, \quad (40)$$

где: k_ϕ - коэффициент фильтрации; n - пористость; α_w - модуль объемной сжимаемости жидкости; γ_w - удельный вес жидкости.

Таким образом, оценка воздействия порового давления на грунт сводится к нахождению решения системы четырех уравнений, включающей три дифференциальных уравнения равновесия в перемещениях и соотношение, описывающее движение жидкости в деформируемой пористой среде. При этом следует учесть граничные условия, в том числе и для напоров.

Рассмотрена одномерная задача уплотнения слоя двухфазного грунта мощности h , загруженного равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q . Консолидируемый слой лежит на скальном недеформируемом основании. Рассмотрено два варианта условий дренирования: водопроницаемы обе поверхности консолидируемого слоя; поверхность $z = 0$ водопроницаема, а поверхность $z = h$ водонепроницаема. Из решения системы уравнений (36), (37) и (40) получены расчетные формулы:

Порового давления

$$p_w(z,t) = \frac{4\beta bq}{\pi} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \exp(-c\alpha_i^2 t) \sin(\alpha_i z). \quad (41)$$

Полных напряжений

$$\sigma_x = \sigma_y = -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q - \frac{24bqG}{\pi(3E_o^y + 4G)} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \exp(-c\alpha_i^2 t) \sin(\alpha_i z) \quad (42)$$

Осадки

$$s = \frac{3}{3E_o^y + 4G} qh \left\{ 1 + \frac{\delta}{\delta_1} [1 - \exp(-\delta_1 t)] - \frac{8b}{\pi^2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \left[\exp(-c\alpha_i^2 t) + \frac{\delta}{(\delta_1 - c\alpha_i^2)} [\exp(-c\alpha_i^2 t) - \exp(-\delta_1 t)] \right] \right\}. \quad (43)$$

По полученному решению составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы. Для различных вариантов исходных данных выполнен расчет функции порового давления, функции бокового распора и степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести. Поровое и боковое давления находят, умножая значения соответствующих функций на q и $-q$. Результаты численного счета

представлены на рисунках 4 - 6 ($\beta = 0.4$, $b = 1$, $\delta = 0.01$, $\delta_1 = 0.1$, $\mu = 0.3$, $E^y = E = 19 \text{ МПа}$).

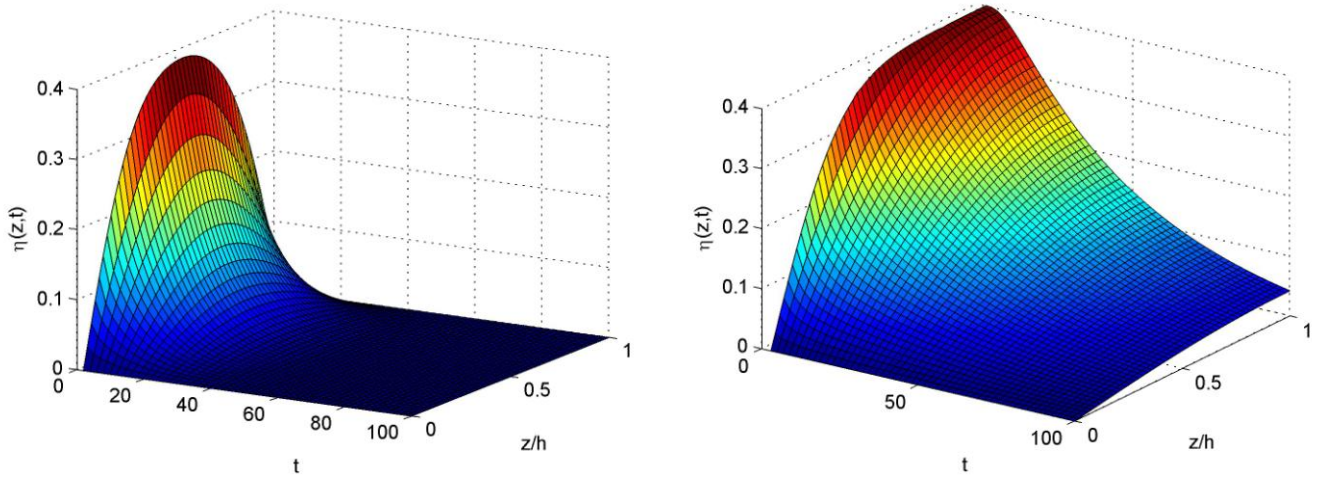


Рисунок 4 – Распределение функции порового давления для двух вариантов дренирования

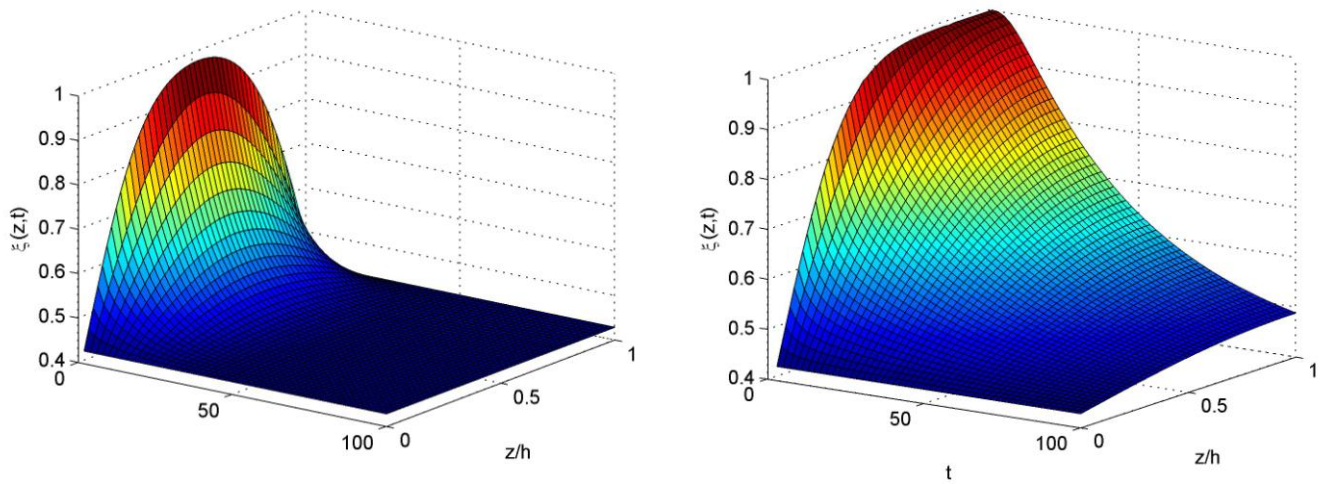


Рисунок 5 – Распределение функции бокового распора для двух вариантов дренирования

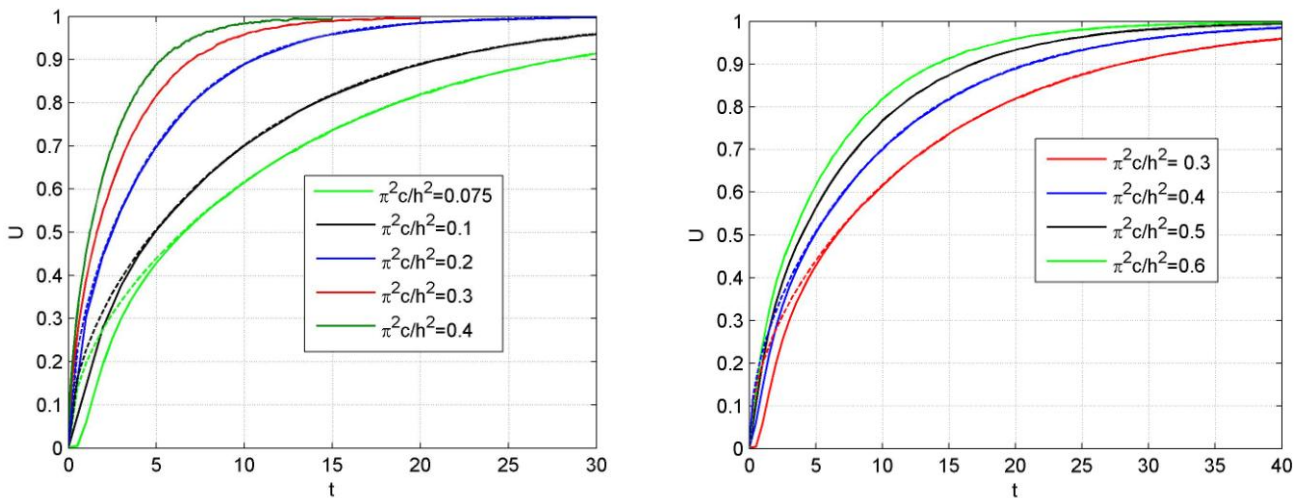


Рисунок 6 – Графики изменения степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести для двух вариантов дренирования

В четвертой главе «Моделирование деформаций тепловлагообмена» выполнена математическая постановка задачи и получено решение для земляного полотна автомобильных дорог, находящегося под влиянием водно-теплого режима. Водно-тепловой режим, как физическое воздействие, является не только причиной изменения свойств грунтов земляного полотна и дорожной одежды, но для некоторых видов грунтов может являться и причиной существенных вынужденных деформаций.

На достаточно длинных участках автомобильных дорог с продольной осью OZ при действии вынужденных деформаций $\varepsilon_\theta(x, y, t)$ возникает плоское деформированное состояние. Изменения влажности грунта в верхней части земляного полотна описано синусоидальным законом среднегодового цикла

$$W(t) = W_0 + A \sin(\omega t + \varphi), \quad (44)$$

Тогда вынужденные деформации в верхней части земляного полотна можно определить по выражению

$$\varepsilon_\theta(t) = \beta \Delta W(t), \quad (45)$$

где β - коэффициент влажностного набухания грунта или усадки набухающих грунтов при высыхании.

Принимая, что грунт земляного полотна подчиняется линейно-наследственным уравнениям ползучести и условиям квазиупругости по уравнениям (6) и (7), считая объемные силы равными нулю и учитывая условия плоского деформированного состояния, получено решение поставленной задачи:

$$\left. \begin{aligned} u^{(\varepsilon_\theta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t) x; \\ v^{(\varepsilon_\theta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t) y. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x^{(\varepsilon_\theta)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_\theta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t); \\ \gamma_{xy}^{(\varepsilon_\theta)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(\varepsilon_\theta)} = \sigma_y^{(\varepsilon_\theta)} &= -\frac{E}{2(1-\mu)} S(\varepsilon_\theta) = -\frac{E}{2(1-\mu)} \left[\varepsilon_\theta(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_\theta(\tau) R(t-\tau) d\tau \right]; \\ \sigma_z^{(\varepsilon_\theta)} &= -\frac{E}{1-\mu} S(\varepsilon_\theta) = -\frac{E}{1-\mu} \left[\varepsilon_\theta(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_\theta(\tau) R(t-\tau) d\tau \right]; \\ \tau_{xy}^{(\varepsilon_\theta)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Так как верхняя часть земляного полотна находится не в стесненных условиях и вынужденные деформации в ней являются функцией только параметра времени, то напряжения в данных условиях имеют тривиальное решение.

Полученное для деформаций решение (47) дает возможность для любого промежутка времени определить деформации в верхней части земляного по-

лотна. Составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы и выполнены расчеты при различных значениях исходных данных. Результаты численного счета представлены на рисунках 7 и 8 ($T = 360$ дней; $\beta_{sw} = 1,15$; $\beta_{sh} = 0,45$; $\mu = 0.3$).

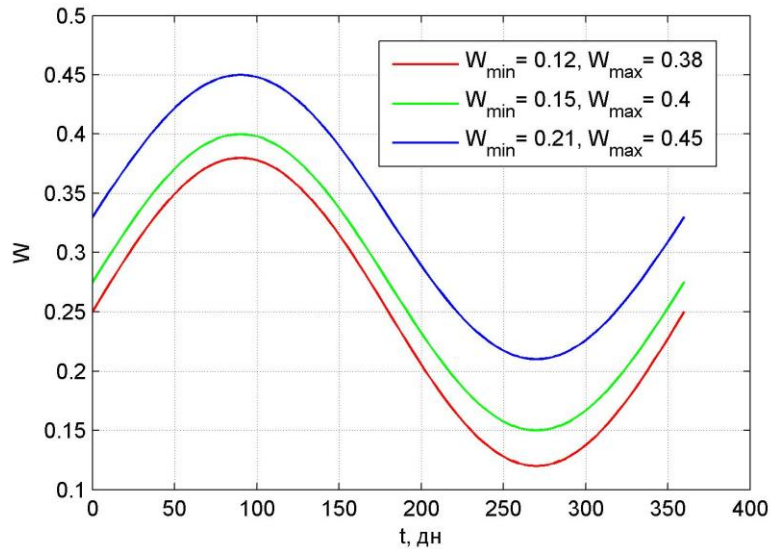


Рисунок 7 – Графики изменения влажности при $\varphi = 0$

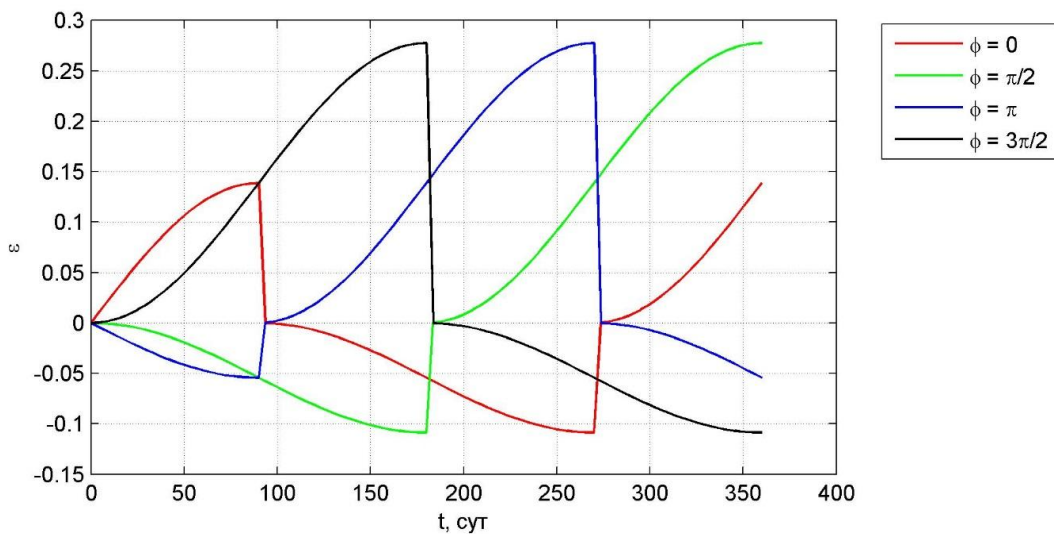


Рисунок 8 - Графики изменения влажностных деформаций

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации был разработан математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. С целью исследования напряженно-деформированного состояния в настоящей диссертационной работе выполнено развитие аналитических методов решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций с составлением компьютерных программ и выполнением расчетов для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;

- порового давления в грунтовой среде;
- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

По программам выполнены расчеты для большого числа вариантов исходных данных, наиболее характерные из которых представлены в виде графиков, позволяющих анализировать влияние различных параметров на напряженно-деформированное состояние.

Рекомендации. Полученные в диссертации результаты (метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций, аналитические методы решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций, алгоритмы и компьютерные программы расчета, результаты расчетов) могут быть использованы для прогнозирования напряженно-деформированного состояния сред с учетом физических воздействий.

Перспективы дальнейшей разработки темы. Дальнейшее развитие темы может быть связано с рассмотрением вынужденных деформаций для более сложных условий физических воздействий в деформируемых средах и определением поля вынужденных деформаций с использованием системы связанных дифференциальных уравнений миграции тепла и влаги по соответствующей расчетной схеме водно-теплового режима.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные положения диссертации и результаты исследований изложены в следующих работах:

- в 6 публикациях в рецензируемых изданиях, входящих в перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ:

1. Агаханов Г.Э. О математическом моделировании физических воздействий в грунтах / Г.Э. Агаханов // Научное обозрение. - № 12. - 2014. - С. 733 - 736. (авт. 0,4 п.л.)

2. Агаханов Г.Э. О математическом моделировании воздействия порового давления на грунт / Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. - № 1. - 2015. - С. 8-16. (авт. 0,1 п.л.)

3. Агаханов Г.Э. Математическое моделирование влажностных напряжений в грунтовом полупространстве / Г.Э. Агаханов // Наукоедение. Электронный журнал. - 2015. - Т.7. - №3. Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/12TVN315.pdf>. № ГР ФС 77 - 39378. (авт. 0,56 п.л.)

4. Агаханов Г.Э. Решение задач механики деформируемого твердого тела с использованием фиктивных расчетных схем / Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. - № 3. - 2015. - С. 8-15. (авт. 0,75 п.л.)

5. Агаханов Г.Э. Моделирование деформаций земляного полотна автомобильных дорог / Г.Э. Агаханов, В.Б. Мелехин // Научное обозрение. - № 4. - 2016. - С. 90-93. (0,38 п.л. (авт. 0,19 п.л.))

6. Агаханов Г.Э. Моделирование уплотнения двухфазного грунта при компрессионном сжатии / Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. - 2016. № 3. - С. 16-27. (авт. 1,25 п.л.)

- в 7 публикациях в других изданиях:

7. Агаханов Г.Э. Система уравнений для оценки воздействия порового давления на грунт / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов, М.М. Вагидов // Строительство: проблемы и перспективы: материалы Международной научно-практической конференции, 29-30 марта 2013 года. - Махачкала: ДГИНХ, 2013. – С. 11-13. (0,125 п.л. (авт. 0,04 п.л.))

8. Агаханов Г.Э. Математическое моделирование воздействия порового давления на скелет грунта / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Строительство: проблемы и перспективы: материалы Международной научно-практической конференции, 29-30 марта 2013 года - Махачкала: ДГИНХ, 2013. – С. 13-16. (0,16 п.л. (авт. 0,08 п.л.))

9. Агаханов Г.Э. О современном подходе к решению задач строительства методами механики деформируемого твердого тела / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Строительство - 2014: строительные технологии, материалы и качество в строительстве: материалы Международной научно-практической конференции. - Ростов-на-Дону: РГСУ, 2014. - С. 312-314. (0,125 п.л. (авт. 0,06 п.л.))

10. Агаханов Г.Э. Воздействие порового давления на скелет грунта / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Современные методы повышения долговечности автомобильных дорог и безопасности движения: сборник научных трудов - Махачкала: ДГТУ, 2014. – С. 22–27. (0,28 п.л. (авт. 0,14 п.л.))

11. Агаханов Г.Э. Об исходном напряженном состоянии грунтового основания / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Современные методы повышения долговечности автомобильных дорог и безопасности движения: сборник научных трудов. - Махачкала: ДГТУ, 2014. – С. 33-38. (0,31 п.л. (авт. 0,159 п.л.))

12. Агаханов Г.Э. Математическое моделирование физических воздействий в основаниях зданий и сооружений / Г.Э. Агаханов // Современные строительные материалы, технологии и конструкции: материалы Международной научно-практической конференции, 24-26 марта 2015 года. - Грозный: ГГНТУ, 2015. - С. 407-413. (авт. 0,88 п.л.)

13. Агаханов Г.Э. Математическое моделирование уплотнения двухфазного грунта при компрессионном сжатии / Г.Э. Агаханов // Современные научные исследования. Электронный журнал. – 2015. – Вып. 3. Режим доступа: <http://e-koncept.ru/85458.htm>. № ФС 77 - 49965. (авт. 0,75 п.л.)