

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Агаханов Гаджи Элифханович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ
ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ
С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Мелехин Владимир Борисович,

Махачкала – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА.....	9
1.1. Процесс влаго- и теплообмена	9
1.2. Анализ основных моделей теории ползучести.....	15
ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ.....	21
2.1. Постановка задачи и построение расчетной модели.....	21
2.2. Разрешающие уравнения.....	22
ГЛАВА 3. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	27
3.1. Моделирование влажностных напряжений в полупространстве...	27
3.2. Моделирование воздействия потока тепла на полупространство...	36
3.3. Моделирование порового давления в грунтовой среде.....	45
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕПЛОВЛАГООБМЕНА.....	71
4.1. Водно-тепловой режим земляного полотна и дорожной одежды.....	71
4.2. Деформации земляного полотна автомобильных дорог.....	81
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	92
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	93
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	108
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	110
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	113
ПРИЛОЖЕНИЕ 4.....	117

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. В настоящее время вопросы надежности, долговечности и экономичности зданий, сооружений и их оснований, а также конструкций и их элементов становятся все актуальнее. Данные объекты исследования относятся к деформируемому твердому телу. Поведение деформируемых сред формируется под влиянием силовых (поверхностных и объемных) и физических (температурных, влажностных и т. п.) воздействий. Однако, если математическое моделирование силовых воздействий в деформируемых средах сегодня можно считать задачей вполне решаемой, то по отношению к физическим воздействиям, учет которых имеет большое практическое значение, подобное утверждение считаем преждевременным. Для приближения расчетов к реальным условиям физических воздействий требуется дальнейшее совершенствование существующих математических моделей деформируемой среды.

Особенностью физических воздействий является то, что они могут являться как причиной вынужденных деформаций, так и причиной изменения свойств деформируемых сред.

Примером являются структурно-неустойчивые мерзлые, вечномерзлые, лессовые и набухающие грунты, которым свойственна способность к резкому снижению прочности структурных связей между частицами при физических воздействиях: при нагревании – для одних, при увлажнении (которое может быть связано с нагреванием) – для других.

Также деформируемые среды, особенно при наличии физических воздействий, не обладают большой стабильностью деформаций под нагрузкой и поэтому, при современных требованиях к точности результатов расчета, нельзя игнорировать ярко выраженное свойство среды деформироваться во времени, т. е. ползучесть.

Из отмеченного выше следует, что тема исследования «Математическое моделирование физических воздействий в деформируемых средах с учетом ползучести» является весьма актуальной.

Степень разработанности темы исследования. Напряженно-деформированное состояние среды существенно зависит от ее состояния и интенсивности силовых и физических воздействий. Характеристики деформируемой среды обычно зависят от температуры и влажности, которая может быть связана с температурой. Небольшие изменения температуры и влажности, вызывающие в статически неопределимых системах заметные напряжения, в некоторых деформируемых средах мало изменяют их свойства. В этих случаях температуру и влажность можно рассматривать лишь как причину вынужденных деформаций. В других случаях необходимо учитывать влияние изменений температуры и влажности на характеристики среды [20, 160, 162, 165-167].

В работах Андреева В.И. и Авершьева А.С. [2, 25] получены решения задач с учетом непрерывной неоднородности материала, обусловленной воздействием влажностного поля. При этом рассматривается несвязанная задача влагоупругости, на первом этапе решения которой определяется влажностное поле, и устанавливаются функциональные зависимости упругих характеристик материала от полученного влажностного воздействия. На следующем этапе решается собственно задача влагоупругости. При определении зависимости характеристик материала от влажности используются соответствующие экспериментальные данные, имеющиеся в научной и нормативной литературе.

В частности, в работах Бируля А.К. и Сиденко В.М. представлены закономерности сезонного качественного и количественного изменения основных физико-механических свойств грунтов земляного полотна автомобильных дорог [20].

Также известно, что влажность грунта в верхней части земляного полотна изменяется в соответствии с синусоидой среднегодового цикла.

На развитие вопросов водно-теплового режима земляного полотна и дорожных одежд наибольшее влияние оказали работы Золоторя И.А., Пузакова Н.А., Сиденко В.М. и Тулаева А.Я.

Так как теплообмен влияет на влагообмен, а последний в свою очередь изменяет теплосодержание, то перенос тепла и влаги в слоях земляного полотна и дорожных одежд в работе Леоновича И.И. и Вырко Н.П. [69] рассматривается комплексно в виде системы связанных дифференциальных уравнений применительно к трем расчетным схемам.

В данной работе производится математическое моделирование физических воздействий (влажности, температуры и водно-теплового режима) и воздействия порового давления в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. Рассматриваются задачи по моделированию влажностных напряжений в полупространстве, воздействия потока тепла на полупространство, порового давления в грунтовой среде и деформаций земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

Целью диссертационной работы является разработка математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести и развитие аналитических методов решения задач инженерной практики на базе данной модели.

Основные задачи исследований:

1. Разработка математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести;

2. Развитие аналитических методов решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций с составлением компьютерных программ и выполнением расчетов для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;
- порового давления в грунтовой среде;

- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

Научная новизна. Новизна исследований заключается в разработке математического метода моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести и развитии аналитических методов решения задач инженерной практики по данной модели, позволяющей совершенствование существующих моделей деформируемой среды, приближение расчетов к реальным условиям физических воздействий.

Теоретическая значимость работы. Разработан математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. Результаты диссертационной работы включены в учебный процесс в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Дагестанский государственный технический университет».

Практическая значимость работы. Результаты диссертационной работы могут использоваться для прогноза напряженно-деформированного состояния сред, работающих в условиях физических воздействий, в частности для прогнозирования процесса деформирования грунтов в основаниях зданий и сооружений, а также в грунтовых сооружениях и массивах с учетом физических воздействий. Результаты диссертационной работы использованы ГКУ РД «Дагдорконтроль» при прогнозировании деформаций земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима на территории Республики Дагестан.

Методология и методы исследования. Исследования в работе проведены методами математики и механики деформируемого твердого тела с составлением алгоритмов и компьютерных программ расчета с использованием численных методов и основаны на математическом моделировании физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести;

2. Аналитические методы решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций и результаты расчетов по составленным компьютерным программам для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;
- порового давления в грунтовой среде;
- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

Достоверность результатов подтверждается:

- строгостью математической постановки задач и физически обоснованными расчетными моделями;
- соответствием полученных результатов общим теоретическим положениям, установленным ранее другими авторами;
- сравнением полученных результатов с известными решениями других авторов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы, по мере завершения соответствующих разделов, были доложены на ежегодных научно-технических конференциях ДГТУ (Махачкала, 2013, 2014, 2015, 2016 гг.), международной научно-практической конференции ДГИНХ (Махачкала, 2013 г.), международной научно-практической конференции ГГНТУ (Грозный, 2015 г.), международных научно-практических конференциях РГСУ (Ростов-на-Дону, 2014, 2015 гг.), всероссийской научно-технической конференции ДГТУ (Махачкала, 2016 г.).

В завершеном виде работа докладывалась на заседании кафедры управления и информатики в технических системах и вычислительной техники ДГТУ (Махачкала, 2016).

Публикации. Результаты диссертационной работы достаточно полно изложены в 13 опубликованных работах, в том числе в 6 работах, опубликованных в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 180 наименований и 4 приложений. Основная часть работы изложена на 92 страницах машинописного текста, включающего 16 таблиц и 18 рисунков.

В первой главе рассмотрен процесс влаго- и теплообмена и выполнен анализ основных моделей теории ползучести.

Во второй главе выполнена постановка задачи, построена расчетная модель деформируемой среды с учетом физических воздействий и приведены разрешающие уравнения.

В третьей главе выполнено моделирование влажностных напряжений в полупространстве, воздействия потока тепла на полупространство и порового давления в грунтовой среде.

В четвертой главе выполнена математическая постановка задачи и получено решение для земляного полотна автомобильных дорог, находящегося под влиянием водно-теплового режима.

В конце работы приведены заключение, список литературы и приложения.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

В настоящей главе рассмотрен процесс влаго- и теплообмена и выполнен анализ основных моделей теории ползучести.

1.1 Процесс влаго- и теплообмена

Виды влажности

Влажность характеризуется количеством несвязанной воды в материале и численно равна отношению массы воды к массе твердых частиц в веществе [2, 127, 136]. У бетонов, древесины, некоторых видов грунтов и других материалов наблюдается зависимость механических характеристик от влажности. Из-за неравномерного распределения полей влажности тела из этих материалов имеют неоднородное распределение механических характеристик.

Влажность грунта в условиях его естественном залегании называют естественной [76, 148]. Естественная влажность не всегда соответствует полной влагоемкости. Поэтому для характеристики физического состояния грунта требуется определить степень заполнения пор грунта водой (степень влажности) [146, 147]. Степень влажности грунта или коэффициент влажности – это отношение объемов пор заполненного водой и общего.

В зависимости от того, в какой степени на физико-механические свойства грунта происходит влияние, различают следующие влажности: недостаточную, избыточную, оптимальную, и вредную (опасную) [69].

Недостаточная влажность находится в пределах от гигроскопической до максимальной молекулярной влажности. При этой влажности песчаные грунты находятся в сыпучем состоянии, глинистые – в твердом. Первые легко разрабатываются, но затрудняют проезд, и сильно пылят, вторые – разрабатываются трудно, плохо уплотняются. При этой влажности глинистые грунты в инженерных сооружениях довольно устойчивы.

Оптимальная влажность находится в интервале между максимальной молекулярной влажностью и границей раскатывания. При уплотнении грунта, имеющего оптимальную влажность, получают максимальную плотность при сравнительно небольшой затрате труда. Уплотненный грунт при этой влажности приобретает большую устойчивость под нагрузкой и малую водопроницаемость.

Избыточная влажность находится в интервале от влажности предела раскатывания до влажности предела текучести. При этой влажности грунт приобретает повышенную лепкость. В связи с этим затрудняет его разработка. Эти отрицательные явления связаны с избыточным увлажнением и с тем, что часть воды находится в свободном состоянии.

Опасная (вредная) влажность соответствует влажности выше предела текучести. Грунт при этой влажности имеет минимальную устойчивость под нагрузкой. Уплотнять грунт при данной влажности, а также разрабатывать его резанием невозможно.

Набухание и усадка

Под набуханием понимают увеличение объема грунта при его увлажнении. Набухание присуще глинистым грунтам. Оно связано с гидрофильностью глинистых минералов, слагающих связные грунты и наличием большой удельной поверхности последних.

Набухание – результат гидратации грунта, оно обусловлено в основном образованием в грунте рыхлосвязанной воды.

Из глинистых минералов наибольшим набуханием характеризуются минералы группы монтмориллонита, наименьшим – минералы группы каолинита. Чем выше дисперсность частиц, слагающих грунт, тем больше набухание.

В глинистых грунтах с нарушенной структурой набухание больше, чем с ненарушенной. Это объясняется тем, что ненарушенные структурные связи способствуют уменьшению набухания.

Наибольшее набухание происходит в дистиллированной воде и по мере увеличения концентрации солей порового раствора и воды увлажняющей грунт (внешнего раствора), набухание происходить не будет. Если же внешний раствор

имеет концентрацию солей выше, чем порового раствора, то может произойти вместо набухания – усадка, т.е. уменьшение объема вследствие уменьшения толщины гидратных оболочек (как при высыхании).

Показателями набухания являются: величина набухания, выражаемая в процентах от первоначального объема грунта; влажность набухания, т.е. влажность грунта, соответствующая максимальной величине набухания, при которой прекращается процесс поглощения влаги; давление набухания, т.е. то давления, которое развивается в грунте при набухании.

Набухание обычно связано не столько с присоединением воды к поверхности глинистых частиц, сколько с ее присоединением к внутренним связям внутри кристаллической решетки глинистых минералов. На набухание косвенное влияние оказывают величина доли мелких глинистых частиц в грунте, концентрация растворенных в поровой воде веществ и другие. Подробно эти факторы описаны в [124]. Повышение температуры грунта вызывает усиление набухания или приводит к набуханию грунтов, не набухающих при естественных температурах.

Усадкой грунта называется уменьшение его объема при высыхании. Явление усадки противоположно набуханию.

В результате усадки грунт становится плотнее и после высыхания – даже твердым, при усадке происходит не только механическое уплотнение грунта, но и перераспределение химических компонентов грунта. Следовательно, усадка – сложный физико-химический процесс, приводящий к изменению характера структурных связей между частицами.

Величину усадки грунта принято характеризовать по уменьшению линейных размеров или объема образца.

Глины и суглинки дают большую величину усадки, а супеси – крайне малую.

Глинистые грунты называют набухающими, если при увеличении их влажности они увеличиваются в объеме, а значение показателя P равно:

$$\Pi = (e_L - e_o)/(1 + e_o) \geq 0.03,$$

где: e_o – коэффициент пористости грунта природного сложения и влажности; e_L – коэффициент пористости при влажности на границе текучести.

Зависимость деформаций набухания глинистого грунта при увеличении влажности может быть выражена линейной зависимостью [124].

$$\varepsilon_{sw} = \beta_{sw} \cdot \Delta w.$$

Для протерозойских суглинков $\beta_{sw} = 1,15$. Аналогичная зависимость может быть построена и для процесса усадки набухающих грунтов при высыхании:

$$\varepsilon_{sh} = \beta_{sh} \cdot \Delta w.$$

Для тех же протерозойских суглинков $\beta_{sh} = 0,45$, то есть имеет место гистерезис набухания-усадки. Зависимости модуля деформации глины от влажности представлены в [57, 80].

Влаго- и теплообмен

Влагообмен в грунтах может осуществляться передвижением воды и диффузией пара. Влияние диффузии пара значительно только тогда, когда она сопровождается испарением и конденсацией. Перемещение влаги в парообразном состоянии происходит благодаря наличию разности температур в грунтах из мест с большей упругостью пара в места с меньшей его упругостью. В летнее время перемещение парообразной влаги происходит из верхних, более нагретых слоев грунта, в нижние менее нагретые, а зимой, наоборот, из нижних слоев – в верхние, так как нижние слои грунта имеют температуру более высокую, чем верхние. Это приводит к увеличению влажности на границе промерзания.

Передвижение воды в грунтах может осуществляться в виде фильтрации или миграции, или одновременно фильтрации и миграции.

Фильтрация воды связана с действием внешних сил, обычно гравитационных, а миграция – действием внутренних сил, обычно капиллярных и молекулярных.

По теории Онзагера, все явления переноса, в том числе фильтрации и миграции, выражаются идентичными линейными законами:

скорость фильтрации V_ϕ определяется законом Дарси

$$V_\phi = -k_\phi \frac{dP_{\text{внеш}}}{dx};$$

скорость миграции $V_{\text{мг}}$ - законом Букингема

$$V_{\text{мг}} = -k_{\text{мг}} \frac{dP_{\text{вн}}}{dx};$$

где $k_\phi, k_{\text{мг}}$ - коэффициент фильтрации и миграции;

$\frac{dP_{\text{внеш}}}{dx}$ и $\frac{dP_{\text{вн}}}{dx}$ - градиенты внешнего и внутреннего давлений.

Влажность или влага может перераспределяться в телах, которые имеют поры или капилляры. Подробным изучением влажности и процессов, связанных с ней, занимался отечественный исследователь Лыков А.В. [71]. На основании решения уравнения для скорости миграционного потока Лыковым А.В. получено выражение для миграционного потока $i_{\text{мг}}$ в виде

$$i_{\text{мг}} = \rho_\epsilon V_{\text{мг}} = -\rho k_\epsilon \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \delta_m \frac{\partial V}{\partial x} \right),$$

где: ρ_ϵ и ρ - соответственно плотность воды и грунта;

k_ϵ - коэффициент влагопроводности грунта;

δ_m - термоградиентный коэффициент.

По исследованиям Лыкова А.В., Мурашко М.Г., Яблонской В.П. коэффициент влагопроводности в основном зависит от влажности и дисперсности грунта, а термоградиентный коэффициент – от температуры и влажности.

При увеличении влажности грунта увеличивается и значение k_ϵ и δ_m , а при влажности грунта, соответствующей максимальной молекулярной влагоемкости значения $k_\epsilon \approx 0$ и $\delta_m \approx 0$ и миграция влаги отсутствует.

Теплопередача в грунтах осуществляется тремя различными процессами: молекулярной теплопроводностью (кондукцией), излучением и массообменом (конвекцией).

Процесс переноса тепла теплопроводностью характеризуется тем, что его возникновение обусловлено наличием вещественной среды и тем, что теплообмен совершается между соприкасающимися частицами тела.

В этом процессе перемещение частиц не происходит, а тепло передается от частицы к частице. Когда частицы меняют свое положение в пространстве и являются носителями тепла, то такой процесс теплообмена носит название массообменного или конвекции. Такой процесс характерен в движущихся жидкостях и газах, когда передача тепла осуществляется посредством теплопроводности при условии, что вся масса текущей жидкости не обладает одинаковой температурой.

Процесс теплообмена посредством излучения характеризуется тем, что некоторая часть внутренней энергии тела преобразуется в энергию излучения и в такой форме передается через пространство. Встречая на своем пути другое тепло, лучистая энергия полностью или частично вновь превращается в теплоту.

Эти различные формы теплообмена редко встречаются в отдельности и в большинстве своем проявляются совместно. В связи с этим распределение температуры грунта по глубине является результатом воздействия всех тепловых эффектов, а также и влагопереноса.

Влажные материалы, подвергаемые термической обработке или периодическому воздействию тепла и влаги, изменяют свои физические свойства. Эти изменения обусловлены молекулярным характером связи поглощенной жидкости с веществом тела. Кроме того, перенос поглощенной жидкости внутри капиллярно-пористого тела зависит от характера молекулярной связи жидкости, содержащейся в теле, с веществом скелета тела. Поэтому анализ видов связи вещества, поглощенного коллоидными капиллярно-пористыми телами, представляет особый интерес для физики переноса тепла и массы. Однако, подробный анализ поглощения телами влаги не является предметом данного

исследования; интерес представляют лишь общие физические закономерности переноса влаги. Как известно, процесс влагопереноса является процессом массопереноса, который описывается уравнением диффузии. Это уравнение было получено немецким физиологом Фиком А. в 1855 г., в литературе его также можно встретить под названием второй закон Фика. Второй закон Фика применительно к влажности имеет вид [137]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla [c_w(w) \cdot \nabla w] + W.$$

Величина c_w называется коэффициентом влагопроводности, который имеет размерность $см^2/с$. Он является аналогом коэффициента диффузии и теплопроводности в уравнениях тепломассопереноса, предложенных Лыковым А.В. для капиллярно-пористых сред [72, 73, 127, 136], а физически характеризует скорость перераспределения влаги в материале. Коэффициент влагопроводности определяется пористой структурой материала и характером молекулярных связей между жидкостью и веществом скелета тела. Влагопроводность определяется наличием градиента влажности. Поскольку почти вся влага, содержащаяся в материале при положительной температуре, находится в жидком состоянии, то часто под влагопроводностью понимают способность материала проводить жидкую влагу [172].

1.2 Анализ основных моделей теории ползучести

Теория ползучести считается определенным этапом приближения расчетов конструкций к реальным условиям их работы, зависимость между напряжениями и деформациями устанавливается с учетом временного фактора [99]. Введение в расчеты сооружений координаты времени нельзя было считать новым, так как фактор времени всегда входило в задачи динамики сооружений, в которых учитывались, пропорциональные ускорениям масс, силы инерции, кроме того и силы внутреннего трения, которые зависят от скоростей деформаций. Следует отметить, что учет временного фактора в теории ползучести происходит в

достаточно медленные процессы деформирования, где инерционные силы пренебрежимо малы. В дальнейшем оказалось, что разработанные в теории ползучести общие методы, могут быть применены и на процессы быстрые, и следовательно динамика сооружений можно рассматривать как частный случай общей теории ползучести, так как ее дифференциальными соотношениями аналогичны соотношениям теории ползучести. Кроме того, теории пластичности и упругости также можно считать предельным и частным случаями теории ползучести, где из уравнений решаемых задач время может быть исключено.

В настоящее время известно большое количество исследований, относящихся к деформированию конструкций и различных материалов во времени и проведенных с учетом требований расчета конструкций из различных материалов и различного вида. Много исследований проведены по вопросам деформирования бетонов, металлов, работающих при высоких температурах, грунтов, древесины, полимеров и т. д. Для более простого и наглядного решения задачи расчета сооружений в теории ползучести иногда оперирует идеализированными свойствами материалов.

Несмотря на то, что многие закономерности теории ползучести экспериментально были получены достаточно давно, теория ползучести как инженерная наука сформировалась в середине прошлого столетия. Деформирование материалов во времени впервые обнаружили в исследованиях, проведенных Вика [175], Вебер [179, 180] и Кольрауш [163]. В виде дифференциального уравнения закон деформирования по времени впервые представил Максвелл [169]. Больцман [154] несколько позднее создал для описания линейной ползучести достаточно общий математический аппарат. Развитый впоследствии Вольтерра [177, 178] этот аппарат явился большим вкладом в математический анализ и в настоящее время является разделом теории интегральных уравнений. Одновременно развивалось направление, где действительные свойства материалов заменялись свойствами различных упрощенных моделей. Модель Максвелла является первой моделью такого рода.

Достаточно простые, несколько иные модели предложены Фойгтом [176], Кельвином, Томсоном [174], Шведовым и др.

В практике расчетов инженерных сооружений и конструкций деформирования материалов во времени до середины XX в. находили малое применение. Положение потом резко изменилось. Широкое применение в ряде отраслей техники стали получать материалы, которые под нагрузкой не обладали стабильностью деформаций. К таким материалам прежде всего можно отнести металлы, работающие в условиях высоких температур. Бетон, широко применяемый в строительстве, также значительной обладает степенью ползучести. Начали получать все большее распространение конструкции из различных полимеров. Началась интенсивная разработка для всех этих материалов методов расчета с учетом ползучести. Даже в старых материалах (древесина, грунты) перестали игнорировать свойства деформироваться во времени.

Методы расчета на ползучесть, появившиеся в начале, были не всегда теоретически обоснованы и довольно примитивны. Между деформациями и напряжениями были предложены физические зависимости, выражаемые следующими формулами:

1) функциональная связь между деформациями и напряжениями с параметром времени t :

$$F(\varepsilon, \sigma, t) = 0$$

(называется теория старения);

2) зависимость такая же, но в место деформаций их скорость $\dot{\varepsilon}$:

$$\Phi(\dot{\varepsilon}, \sigma, t) = 0$$

(называется теория течения).

Эти функциональные зависимости определяются экспериментально, испытанием образцов постоянными напряжениями. Нельзя использовать указанные зависимости для других видов загрузки. Однако на основе зависимостей теорий старения и течения получены решения многих задач, когда

напряжениями переменны во времени, например, задача о релаксации, т. е. при постоянной деформации происходит уменьшение напряжений во времени, или напряжения в статически неопределимых задачах, когда внутренние напряжения во времени при постоянной внешней нагрузке также изменяют свою величину. Такие решения, несмотря на явную неправомочность, получили в литературе широкое распространение [62].

Между деформациями и напряжениями более приемлемую форму зависимости впервые был предложена Надаи [170] и Дэйвенпортом [158]:

$$\dot{\varepsilon}_{II} = \varphi(\varepsilon_{II}, \sigma); \quad \varepsilon_{II} = \varepsilon - \sigma / E,$$

где E - модуль упругости.

Преимуществом этой формулы является то, что в нее явно время не входит, и, поэтому, закон деформирования инвариантен по отношению к началу отсчета времени, как и должно быть в случае постоянства физико-механических свойств материала. Основанные на данной зависимости методы расчета получили название теории упрочнения. Эта теория наравне с другими и сейчас широко применяется.

В середине прошлого столетия к линейной теории ползучести, с использованием в качестве конструкционных материалов полимеров, усилился интерес. Тогда получили применение схематические представления структуры материала, аналогичных тем моделям, которыми руководствовались Максвелл, Кельвин, Фойгт. Соотношения между деформациями и напряжениями для таких моделей получаются в форме дифференциальных соотношений, с производными первого и высоких порядков от деформаций и напряжений по времени. На основе этих уравнений решены многие задачи и написаны обширные монографии [24], [98]. Используя модели структуры материалов направление теории ползучести получило развитие по пути усложнения в частности свойств отдельных элементов моделей; учитывалась переменность во времени свойств (А. М. Скудра [223]), а также нелинейность и т. д.

Получаемые из рассмотрения моделей дифференциальные соотношения после мгновенного приложения нагрузки в первые моменты времени не могли точно описать поведение образца. Поэтому на первое место вскоре в линейной ползучести выдвинулись разработанные Больцманом и Вольтерра интегральные наследственные соотношения. Эта теория развивалась по линии экспериментального уточнения ядер интегральных зависимостей и использования к различным задачам практики. В данном плане можно отметить работы М. И. Розовского [100-113], Ю. Н. Работнова [90-97], Г. Н. Маслова [75], Н. Х. Арутюняна [31] и др. М. И. Розовским и Ю. Н. Работновым [104] для описания нелинейной ползучести предложены формулы наследственных зависимостей. Для зависимостей деформаций от напряжений появились с многократными интегралами во времени более общие нелинейные представления [171].

В нелинейной теории ползучести также следует отметить направление, где в различных участках деформирования применяются кусочно-линейные зависимости. Это направление, сделавшее попытку упрощения методов решения задач, дальнейшего развития не получило.

В различных отраслях техники теория ползучести развивалась обособленно. Так, зависимости, аналогичные теории старения, для бетона, почти одновременно с последней, были предложены Гленвиллем [161] и Дишингером [158] и др. Эти соотношения впоследствии развивались И. И. Улицким [131-135], Н. А. Будановым [40] и многими другими. При этом были сформулированы некоторые принципы правильного использования этой теории в случае переменности во времени загрузки. Сюда относятся принципы «параллельности» и наложения. В ползучести бетона на основе этих принципов теория старения может быть сведена к другой известной наследственной теории ползучести.

Автор [98] для бетона старого возраста при неизменности ядер интегральных зависимостей предложил общую линейную наследственную теорию ползучести. Учет изменчивости свойств твердеющего бетона требовал использования более общих неинвариантных ядер. Здесь следует отметить работы Н. Х. Арутюняна [31] и Г. Н. Маслова [75]. Наиболее признанной является теория

Н. Х. Арутюняна. Следует отметить, что внесенные в нее поправки способствовали уточнению описания процесса деформирования бетона (С. В. Александровский [22, 23], И. Е. Прокопович и др.). Н. Х. Арутюняном на основе принципа наложения была разработана наследственная нелинейная теория ползучести бетона, приемлемая для больших напряжений. Эта теория соответствует предложенному Лидерманом [164] и М. И. Розовским [104] нелинейно наследственному соотношению,.

Разработана теория ползучести также применительно к расчетам деревянных конструкций, каменных конструкций [82], грунтовых оснований [49, 140], мерзлых грунтов [48] и т. д.

С использованием зависимостей теорий упругости и пластичности одномерные уравнения ползучести можно обобщать на многомерные задачи. Задача линейной ползучести при расчете систем из одного материала, обычно приводится к задачам теории упругости. Более сложными представляются случаи расчета композитных, состоящих из различных материалов, систем, в частности, железобетонные конструкции. При наличии нелинейной ползучести также расчет систем достаточно усложняется.

ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ

В настоящей главе выполнена постановка задачи, построена расчетная модель деформируемой среды с учетом физических воздействий и приведены разрешающие уравнения.

2.1 Постановка задачи и построение расчетной модели

Поведение деформируемых сред формируется под влиянием силовых (поверхностных и объемных) и физических (температурных, влажностных и т. п.) воздействий [18]. Однако, если математическое моделирование силовых воздействий в деформируемых сред сегодня можно считать задачей вполне решаемой, то по отношению к физическим воздействиям, учет которых имеет большое практическое значение, подобное утверждение считаем преждевременным [10, 15]. Для приближения расчетов к реальным условиям физических воздействий требуется дальнейшее совершенствование существующих математических моделей деформируемой среды [8, 9].

Особенностью физических воздействий является то, что они могут являться как причиной вынужденных деформаций, так и причиной изменения свойств деформируемых сред.

Также деформируемые среды, особенно при наличии физических воздействий, не обладают большой стабильностью деформаций под нагрузкой и поэтому, при современных требованиях к точности результатов расчета, нельзя игнорировать ярко выраженное свойство среды деформироваться во времени, т. е. ползучестью.

Таким образом, рассмотрим деформируемую среду со свойствами ползучести, находящуюся как под силовыми, так и физическими воздействиями (рисунок 2.1).

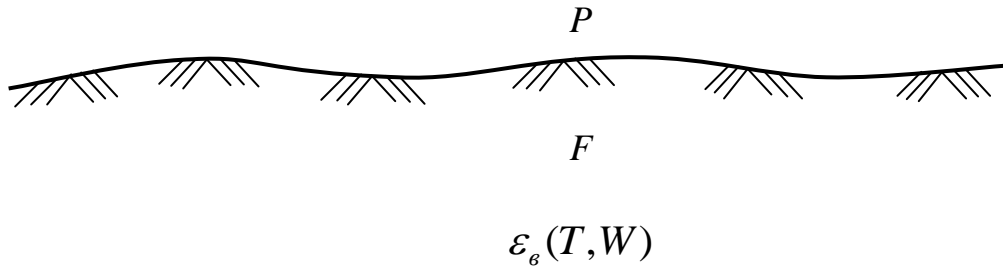


Рисунок 2.1 – Деформируемое полупространство под силовыми и физическими воздействиями

2.2. Разрешающие уравнения

Принимая модель линейно-деформируемого сплошного изотропного тела напишем системы уравнений для трехосного напряженного состояния [34, 99, 143].

Дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial x} \right) + X &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial y} \right) + Y &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - 3 \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial z} \right) + Z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Условия неразрывности деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}; \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right); \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right); \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Неинвариантное во времени линейно-наследственное уравнение ползучести:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_\delta + L_c \left(\frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_\delta + L_c \left(\frac{2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \varepsilon_z &= \varepsilon_\delta + L_c \left(\frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{6} \right) + L_o \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{9} \right); \\ \gamma_{xy} &= L_c(\tau_{xy}); \\ \gamma_{yz} &= L_c(\tau_{yz}); \\ \gamma_{zx} &= L_c(\tau_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

В решенном относительно напряжений виде они выглядят:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\delta); \\ \sigma_y &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\delta); \\ \sigma_z &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\delta); \\ \tau_{xy} &= S_c(\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz} &= S_c(\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx} &= S_c(\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

В зависимостях (2.1) - (2.4) использованы следующие обозначения:

$$\nabla^2(\) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \varepsilon_o = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z;$$

ε_δ - вынужденные деформации;

$S_c(\)$, $S_o(\)$, $L_c(\)$, $L_o(\)$ - операторы, имеющие вид:

$$L_c(p) = \frac{1}{G(t)} \left[p(t) + \int_{t_0}^t p(\tau) K_c(t, \tau) d\tau \right];$$

$$L_o(p) = \frac{1}{E_o(t)} \left[p(t) + \int_{t_0}^t p(\tau) K_o(t, \tau) d\tau \right];$$

$$S_c(p) = G(t)p(t) - \int_{t_0}^t p(\tau)G(\tau)R_c(t, \tau)d\tau;$$

$$S_o(p) = E_o(t)p(t) - \int_{t_0}^t p(\tau)E_o(\tau)R_o(t, \tau)d\tau;$$

t_0 - момент начала загрузки;

$$K_c(t, \tau) = -\frac{\partial F_3(t, \tau) / \partial \tau}{F_3(t, t)} = \frac{1 + \nu(t, \tau)}{1 + \mu(t, t)} K(t, \tau) \quad - \text{ наследственное ядро для}$$

деформаций сдвига;

$$K_o(t, \tau) = \frac{1 - 2\nu(t, \tau)}{1 - 2\mu(t, t)} K(t, \tau) \quad - \text{ наследственное ядро для объемных деформаций;}$$

$$K(t, \tau) = -\frac{\partial F_1(t, \tau) / \partial \tau}{F_1(t, t)} \quad - \text{ ядро уравнения ползучести;}$$

$R_c(t, \tau)$ - резольвента ядра $K_c(t, \tau)$;

$R_o(t, \tau)$ - резольвента ядра $K_o(t, \tau)$;

$$E_o(t) = \frac{E(t)}{3 - 6\mu(t, t)} \quad - \text{ объемный мгновенный модуль упругости;}$$

$$E(t) = \frac{1}{F_1(t, t)}; \quad \mu(t, \tau) = \frac{F_2(t, \tau)}{F_1(t, \tau)}; \quad G(t) = \frac{1}{F_3(t, t)} = \frac{E(t)}{2[1 + \mu(t, t)]};$$

$F_1(t, \tau)$, $F_2(t, \tau)$, $F_3(t, \tau)$ - экспериментально получаемые зависимости и из трех функций независимыми являются только две, а третья однозначно выражается через них формулой $F_3(t, \tau) = 2[F_1(t, \tau) + F_2(t, \tau)]$;

$$\nu(t, \tau) = \frac{\partial F_2(t, \tau) / \partial \tau}{\partial F_1(t, \tau) / \partial \tau}.$$

Между коэффициентами $\nu(t, \tau)$ и $\mu(t, \tau)$ существует зависимость

$$\nu(t, \tau) = \mu(t, \tau) + \frac{F_1(t, \tau)}{\partial F_1(t, \tau) / \partial \tau} \partial \mu(t, \tau) / \partial \tau.$$

В случае квазиупругой среды, первый коэффициент Пуассона $\mu(t, \tau)$ не зависит от момента приложения нагрузки τ и $\nu = \mu = \mu(t)$, $K_c(t, \tau) = K_o(t, \tau) = K(t, \tau)$.

Тогда дифференциальные уравнения равновесия (2.1) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left[\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} \right] + X &= 0; \\ S_c \left[\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial y} \right] + Y &= 0; \\ S_c \left[\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial z} \right] + Z &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

и, перейдя к оператору L_c , обратному S_c :

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x} - L_c(X) &= 0; \\ \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial y} - L_c(Y) &= 0; \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - \frac{2+2\mu(t)}{1-2\mu(t)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial z} - L_c(Z) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Положив силовые воздействия равными нулю, мы имеем для деформаций от физических воздействий в квазиупругой среде обычные уравнения теории упругости [34, 115, 129].

Для квазиупругой среды уравнения деформирования (2.3) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} E(t)\varepsilon_x &= E(t)\varepsilon_s + L(\sigma_x) - \mu(t)L(\sigma_y + \sigma_z); \\ E(t)\varepsilon_y &= E(t)\varepsilon_s + L(\sigma_y) - \mu(t)L(\sigma_z + \sigma_x); \\ E(t)\varepsilon_z &= E(t)\varepsilon_s + L(\sigma_z) - \mu(t)L(\sigma_x + \sigma_y); \\ G(t)\gamma_{xy} &= L(\tau_{xy}); \\ G(t)\gamma_{yz} &= L(\tau_{yz}); \\ G(t)\gamma_{zx} &= L(\tau_{zx}); \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

где $L()$ - оператор, имеющий вид:

$$L(\sigma) = \sigma(t) + \int_{t_0}^t \sigma(\tau)K(t, \tau)d\tau.$$

Обычно вынужденные деформации можно считать заданной функцией времени $\varepsilon_g(t)$, тогда уравнения будут иметь только одну независимую переменную – время. Легко видеть, что инвариантная во времени среда, вынужденные деформации которой изменяются по заданному закону во времени, может рассматриваться как среда с переменными свойствами. Поэтому к нему могут быть применены те же методы расчета на ползучесть, как и к неинвариантной среде, работающей при постоянных или переменных вынужденных деформациях. Для среды с неизменяющимися свойствами все зависимости должны быть инвариантными во времени. При этом характеристики среды, зависящие от двух переменных t и τ , превращаются в функции разности этих двух переменных $t - \tau$, а функции t превращаются в постоянные величины.

ГЛАВА 3. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В данной главе выполнено моделирование влажностных напряжений в полупространстве, воздействия потока тепла на полупространство и порового давления в грунтовой среде.

3.1 Моделирование влажностных напряжений в полупространстве

Решение актуальных сегодня вопросов надежности, долговечности и экономичности зданий и сооружений неразрывно связано с поведением грунтов в их основаниях [12, 44, 45, 152]. Для установления более реального поведения грунтов требуется определение их напряженно-деформированного состояния с учетом новых факторов, в том числе физических воздействий, в частности влажности. Как было отмечено ранее, влажностью грунта называют отношение массы воды к массе высушенного грунта (или к массе твердых частиц), выраженное в долях единицы, иногда в процентах. Особенностью влажности является то, что она может являться как причиной изменения свойств грунтов, так и причиной вынужденных деформаций. Примером являются глинистые грунты с большим содержанием гидрофильных глинистых минералов, которым свойственна способность менять свой объем при изменении влажности. Увлажнение грунта приводит к увеличению его объема (набухание), а высыхание – к уменьшению его объемных деформаций (усадка). Причиной увлажнения может быть повышение уровня подземных вод, накопление дополнительной влаги под сооружением из-за нарушения природных условий испарения воды из грунта при экранировании его поверхности построением сооружения и т.д. Уменьшение влажности грунта обычно связано с технологическими или климатическими факторами [78].

Если набухание грунта происходит в стесненных условиях, то в нем возникают напряжения, определение которых является предметом данного раздела. Высокие градиенты влажности могут привести к высоким

концентрациям напряжений. При сильном набухании может произойти вспучивание грунтов на поверхности, что часто сопровождается повреждением дорожного полотна, подземных коммуникаций, а также фундаментов, что может привести к обрушению зданий и сооружений.

Задачи теории упругости, в которых вынужденные влажностные деформации вносят существенный вклад в результаты решения, аналогично решению задач теории упругости для тел, находящихся в температурном поле, для которых существуют устоявшийся термин термоупругость, относятся к классу задач влагуупругости [2].

В работах [2, 25] представлены решения стационарных и нестационарных одномерных, двумерных задач о влажностном набухании цилиндрического глинистого массива с отверстием и полого сферического массива.

Грунты, особенно при увлажнении, не обладают большой стабильностью деформаций под нагрузкой и при современных требованиях к точности результатов расчета нельзя игнорировать ярко выраженное свойство грунтов деформироваться во времени, т. е. ползучестью.

Глинистые грунты имеют широкое распространение в основаниях зданий и сооружений. Поэтому определение влажностных напряжений в грунтовом полупространстве является актуальным [128].

Рассмотрим грунтовое полупространство, подвергшее увлажнению в силу определенных причин, с изменением влажности во времени по закону [17]

$$W = W_{\max} (1 - e^{-\nu t}), \quad (3.1)$$

где: W_{\max} - полная влагоемкость грунта; ν - коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения.

Учитывая, что массив грунта бесконечен в направлениях горизонтальных осей Ox и Oy , следует положить деформации $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, иначе суммарное увеличение размеров массива было бы также бесконечным. В силу равнозначности направлений Ox и Oy напряжения $\sigma_x = \sigma_y$. Кроме того, плоская

поверхность $z = 0$ совершенна свободна, поэтому напряжения $\sigma_z = 0$, а деформации $\varepsilon_z = \beta W$, где β - коэффициент разбухания грунта [41].

Представляя структуру грунта в виде модели, составленной из двух упругих и одного вязкого элемента, и полагая, что свойства упругих элементов при изменении влажности не меняются, основное упрощенное дифференциальное уравнение линейного деформирования имеет вид [99]:

$$En(t) \frac{d\varepsilon}{dt} + H\varepsilon = \sigma + n(t) \frac{d\sigma}{dt}, \quad (3.2)$$

где: E - мгновенный модуль упругости;

H - длительный модуль упругости;

n - время релаксации.

Целесообразность данной модели объясняется тем, что использование усложненных схем строения материала сопряжено с серьезными трудностями расчета и в законы деформирования вносит мало существенных поправок. В уравнении (3.2) при достаточно медленном деформировании скоростями деформаций и напряжений по сравнению с величинами деформаций и напряжений можно пренебречь, и тогда получим обычный закон Гука с модулем длительной упругости. В случае быстром деформировании, наоборот, скорости напряжений и деформаций очень велики, и тогда можно пренебречь самими напряжениями и деформациями. Тогда получаем продифференцированный по времени закон Гука с модулем мгновенной упругости.

Рассмотрен случай постоянства мгновенного и длительного модулей упругости и переменного времени релаксации.

Введем шкалу условного времени по формулам:

$$d\xi = \frac{dt}{n(t)}; \quad \xi = \int_0^t \frac{dt}{n(t)}. \quad (3.3)$$

При этом уравнение (3.2) преобразуется в

$$E \frac{d\varepsilon}{d\xi} + H\varepsilon = \sigma + \frac{d\sigma}{d\xi}. \quad (3.4)$$

Замена истинного времени условным временем приводит к значительному упрощению решения уравнения (3.2), так как сводит одну его часть к дифференциальному линейному оператору с постоянными коэффициентами [84, 125]. Противоположная часть при этом обычно может рассматриваться как заданная функция условного времени.

Здесь ε представляет собой не полную деформацию, а лишь ту ее часть, которая остается после вычета деформации разбухания ε_e , являющейся функцией влажности W .

Примем зависимость масштаба условного времени ξ от влажности W по следующей простой формуле:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{W - W_{\max}}{n_0}, \quad (3.5)$$

где n_0 - постоянный коэффициент, физический смысл которого выяснится ниже.

Учитывая (3.3) и (3.5), найдем, что время релаксации равно:

$$n = \frac{n_0}{W - W_{\max}}, \quad (3.6)$$

и вместо (3.2) можно написать

$$\frac{En_0}{W - W_{\max}} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + H\varepsilon = \sigma + \frac{n_0}{W - W_{\max}} \cdot \frac{d\sigma}{dt}. \quad (3.7)$$

Отсюда видно, что n_0 представляет собой время релаксации влагонасыщенной грунтовой среды 100%-ной влажности. При меньшей влажности время релаксации становится больше и в абсолютно сухой грунтовой среде обращается в бесконечность.

Из (3.5) получаем выражение условного времени

$$\xi = \frac{1}{n_0} \int_0^t (W - W_{\max}) dt = \frac{1}{n_0} \int_0^t [W_{\max} (1 - e^{-vt}) - W_{\max}] dt = \frac{W_{\max}}{n_0 v} (e^{-vt} - 1). \quad (3.8)$$

Деформацию разбухания можно в первом приближении считать пропорциональной влажности

$$\varepsilon_g = \beta W. \quad (3.9)$$

Влажностная деформация изменяется во времени, согласно формулам (3.1) и (3.9)

$$\varepsilon_g = \beta W_{\max} (1 - e^{-vt}). \quad (3.10)$$

В начале увлажнения $\varepsilon_g^0 = 0$. Увеличение влажностной деформации

$$\Delta \varepsilon_g = \beta W_{\max} (1 - e^{-vt}) \quad (3.11)$$

должно компенсироваться деформациями сжатия, связанных с напряжениями зависимостью (3.7). Таким образом, получаем

$$\varepsilon = \beta W_{\max} (1 - e^{-vt}). \quad (3.12)$$

Используя выражение (3.8), получим вместо (3.12)

$$\varepsilon = -\beta n_0 v \xi. \quad (3.13)$$

Подставив это значение ε в уравнение (3.4), будем иметь:

$$-E\beta n_0 v - H\beta n_0 v \xi = \sigma + \frac{d\sigma}{d\xi}. \quad (3.14)$$

Это уравнение легко решается относительно σ . При начальном условии

$$\sigma(0) = 0 \quad (3.15)$$

имеем решение

$$\sigma = -\beta n_0 v [(E - H)(1 - e^{-\xi}) + H\xi]. \quad (3.16)$$

Заменяя условное время ξ через истинное время t по формуле (3.8), получаем окончательно

$$\sigma = \beta n_0 v (E - H) \left(e^{\frac{W_{\max}}{n_0 v} (1 - e^{-vt})} - 1 \right) + \beta H W_{\max} (1 - e^{-vt}). \quad (3.17)$$

Максимальное значение σ приобретает при полном увлажнении грунта, когда $W = W_{\max}$, $t = \infty$. При этом $\xi = -\frac{W_{\max}}{n_0 \nu}$ и

$$\sigma = \sigma_{\max} = \beta n_0 \nu (E - H) \left(e^{\frac{W_{\max}}{n_0 \nu}} - 1 \right) + \beta H W_{\max}. \quad (3.18)$$

Если интенсивность увлажнения очень мала, то, полагая $\nu \rightarrow 0$, получим

$$\sigma_{\max} = \beta H W_{\max}. \quad (3.19)$$

При очень интенсивном увлажнении $\nu \rightarrow \infty$ и

$$\sigma_{\max} = \beta E W_{\max}. \quad (3.20)$$

Очевидно, что, задаваясь соответствующей интенсивностью увлажнения ν , можно получить максимальное напряжение, не превосходящее заданного допускаемого значения, большего, чем $\beta H W_{\max}$.

Полученное решение (3.17) для напряжений дает возможность для любого промежутка времени определить влажностные напряжения в грунтовой полупространстве.

Для выполнения расчетов при различных значениях исходных данных по полученному решению составлена программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы (решение системы уравнений, численное интегрирование, работа с матрицами и т. д.) (приложение 1).

Численный счет был выполнен при следующих значениях исходных данных:

$W_{\max} = 0.3$ - полная влагоемкость грунта;

$n_0 = 0.005; 0.006; 0.008; 0.01; 0.02; 0.03; 0.04; 0.05; 0.1; 1$ - время релаксации влагонасыщенной грунтовой среды 100%-ной влажности;

$\nu = 0; 5; 10; 15; 25; 30; 35; 40; 45; 50$ - коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения;

$\beta = 1.15$ - коэффициент разбухания грунта;

$E = 21 \text{ МПа}$ - мгновенный модуль упругости;

$H = 12 \text{ МПа}$ - длительный модуль упругости.

По полученным данным составлены таблицы 3.1, 3.2 и 3.3 и построены графики распределения влажностных деформаций и изменения влажностных напряжений в грунтовом полупространстве (рисунки 3.1 и 3.2).

Таблица 3.1 – Зависимость деформации ε_z от времени и интенсивности увлажнения

$t \setminus v$	5	10	15	20	25	30	35	40	45
0.02	0.033	0.063	0.089	0.114	0.136	0.156	0.174	0.190	0.205
0.04	0.063	0.114	0.156	0.190	0.218	0.241	0.260	0.275	0.288
0.06	0.089	0.156	0.205	0.241	0.268	0.288	0.303	0.314	0.322
0.08	0.114	0.190	0.241	0.275	0.298	0.314	0.324	0.331	0.336
0.1	0.136	0.218	0.268	0.298	0.317	0.328	0.335	0.339	0.341
0.12	0.156	0.241	0.288	0.314	0.328	0.336	0.340	0.342	0.343
0.14	0.174	0.260	0.303	0.324	0.335	0.340	0.342	0.344	0.344
0.16	0.190	0.275	0.314	0.331	0.339	0.342	0.344	0.344	0.345
0.18	0.205	0.288	0.322	0.336	0.341	0.343	0.344	0.345	0.345
0.2	0.218	0.298	0.328	0.339	0.343	0.344	0.345	0.345	0.345

Таблица 3.2 – Изменение напряжений (МПа) во времени при различных значениях времени релаксации (случай $\nu = 10$)

$n_0 \backslash t$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.01	8.48	16.40	20.80	22.71	23.45	23.73	23.83	23.87	23.89
0.02	5.89	9.08	10.47	11.02	11.23	11.30	11.33	11.34	11.34
0.03	5.35	7.85	8.86	9.25	9.39	9.44	9.46	9.47	9.47
0.04	5.13	7.36	8.24	8.57	8.69	8.74	8.75	8.76	8.76
0.05	5.00	7.10	7.91	8.22	8.33	8.37	8.39	8.39	8.39
0.1	4.78	6.64	7.35	7.61	7.70	7.74	7.75	7.76	7.76
1	4.60	6.30	6.93	7.16	7.24	7.27	7.29	7.29	7.29

Таблица 3.3 – Изменение напряжений (МПа) во времени при различных значениях времени релаксации (случай $\nu = 20$)

$n_0 \backslash t$	0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.18	0.21	0.24	0.27	0.3
0.005	4.84	10.28	15.08	18.56	20.80	22.14	22.92	23.35	23.60	23.73
0.006	4.46	8.78	12.22	14.58	16.05	16.92	17.41	17.69	17.84	17.92
0.008	4.07	7.38	9.72	11.22	12.11	12.63	12.92	13.08	13.17	13.22
0.01	3.87	6.73	8.63	9.79	10.47	10.86	11.08	11.20	11.27	11.30
0.02	3.54	5.75	7.06	7.81	8.24	8.47	8.60	8.68	8.72	8.74
0.03	3.44	5.49	6.67	7.34	7.71	7.92	8.03	8.09	8.13	8.15
0.04	3.39	5.37	6.50	7.13	7.48	7.67	7.78	7.84	7.87	7.89
0.05	3.37	5.31	6.40	7.01	7.35	7.53	7.64	7.69	7.72	7.74

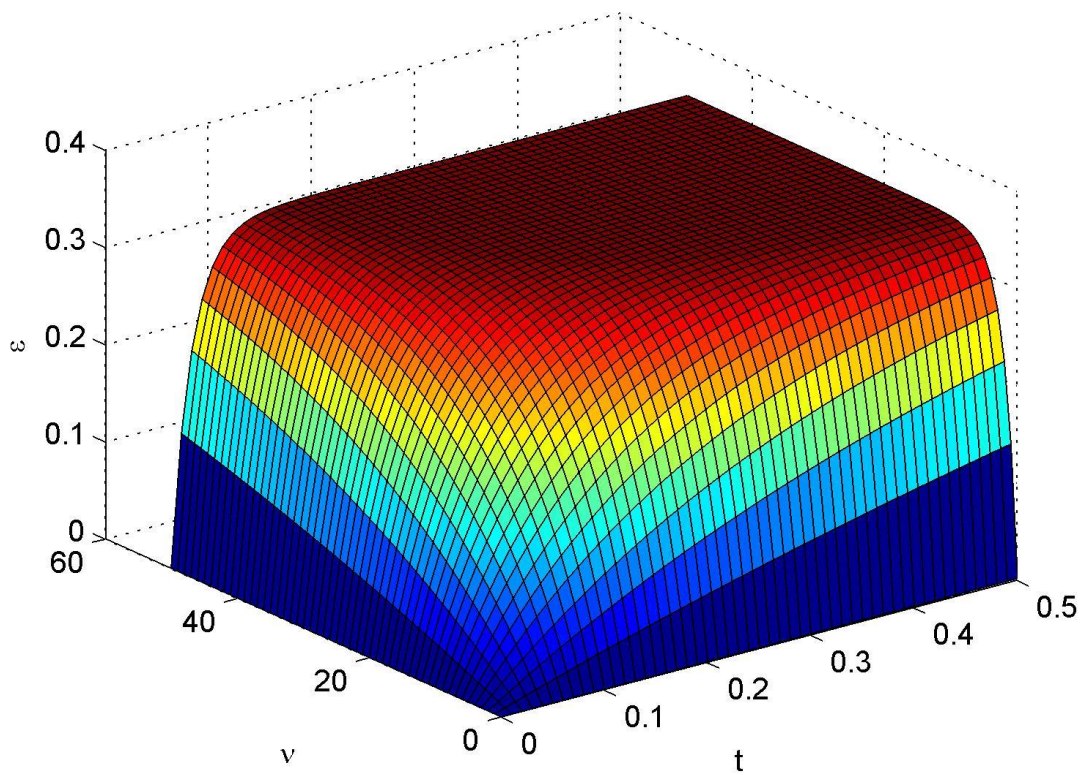
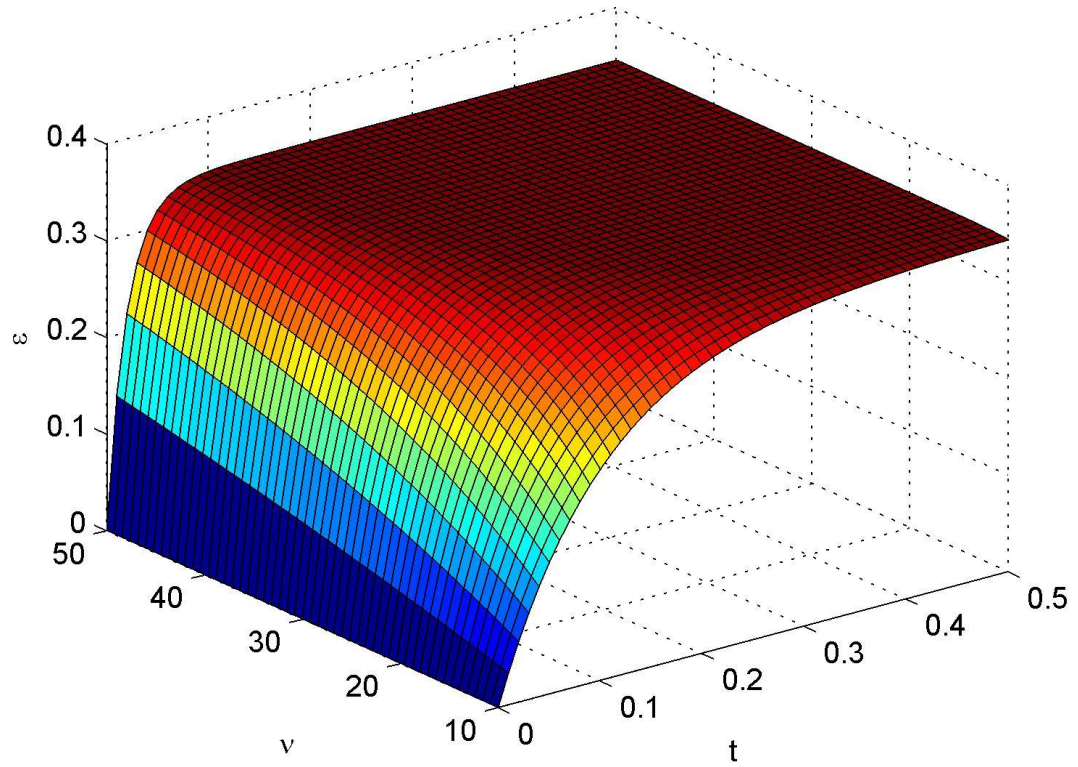


Рисунок 3.1 – Распределение влажностных деформаций

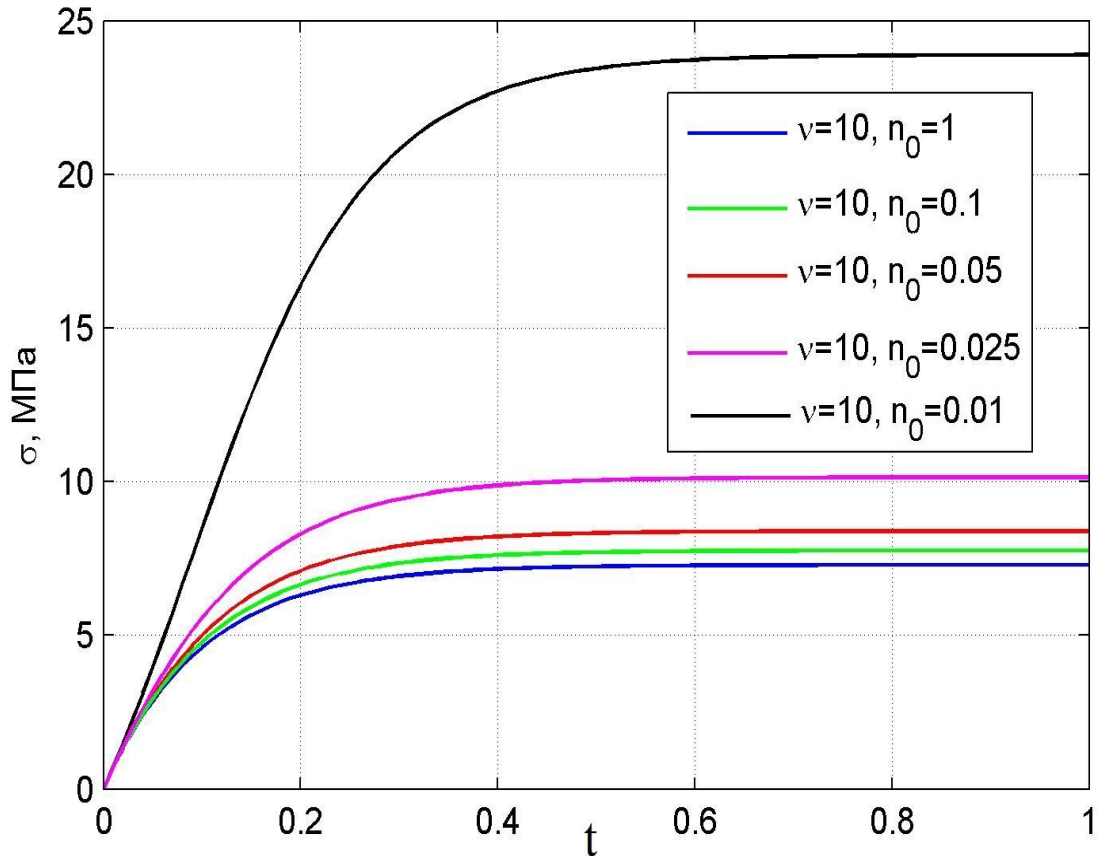


Рисунок 3.2 - Графики изменения влажностных напряжений

3.2 Моделирование воздействия потока тепла на полупространство

Рассмотрим задачу для неограниченного грунтового массива с плоской поверхностью, который будем считать бесконечным полупространством, находящегося под действием вынужденных деформаций ε_e , вызванных плоско-параллельным потоком тепла. При этом перемещения u и v в направлениях, перпендикулярных потоку тепла, а также деформации ε_x и ε_y равны нулю. Перемещения же w и деформации ε_z зависят только от переменной z . Объемные силы считаем равными нулю. В случае квазиупругого грунтового массива из уравнений (2.6) остается только одно уравнение

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} = \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial z}, \quad (3.21)$$

откуда, интегрируя, получаем

$$\varepsilon_z = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta + C. \quad (3.22)$$

Постоянная C определяется началом шкалы отсчета вынужденных деформаций.

Считая, что при $\varepsilon_\theta = 0$ деформации массива равны нулю, получим:

$$C = 0; \quad \varepsilon_z = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta. \quad (3.23)$$

Для определения напряжений необходимо решить уравнения (2.7), в которых следует положить:

$$\sigma_x = \sigma_y; \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \quad \text{и} \quad \varepsilon_z, \quad \text{согласно (3.23), равным} \quad \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\theta;$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\mu E}{1-\mu} \varepsilon_\theta &= L(\sigma_z) - 2\mu L(\sigma_x); \\ E \varepsilon_\theta &= \mu L(\sigma_z) - (1-\mu)L(\sigma_x). \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Отсюда, исключая ε_θ , получим:

$$\frac{2\mu^2 + \mu - 1}{1-\mu} L(\sigma_z) = 0; \quad L(\sigma_z) = 0. \quad (3.25)$$

Последнее равенство означает, что

$$\sigma_z = 0. \quad (3.26)$$

К этому выводу можно было прийти и непосредственно, заметив, что внешняя поверхность грунтового массива свободна от нормальных напряжений σ_z ; из условия равновесия любого слоя конечной толщины эти напряжения должны быть равны нулю всюду.

Учитывая (3.26), получаем из (3.24):

$$L(\sigma_x) = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\theta \quad (3.27)$$

или в развернутом виде:

$$\sigma_x(t) + \int_{t_0}^t \sigma_x(\tau) K(t, \tau) d\tau = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\varepsilon. \quad (3.28)$$

В правой части все величины могут быть функциями времени. Считая, далее, грунтовый массив инвариантным во времени, определим напряжения $\sigma_x = \sigma_y$ от вынужденных деформаций ε_ε из уравнения (3.28), получающего вид:

$$\sigma_x(t) + \int_{-\infty}^t \sigma_x(\tau) K(t-\tau) d\tau = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\varepsilon(t). \quad (3.29)$$

Произведя замену независимого переменного τ под знаком интеграла на θ по формулам:

$$\tau = t - \theta; \quad \theta = t - \tau,$$

получим закон (3.29) в следующем виде:

$$\sigma_x(t) + \int_0^\infty \sigma_x(t-\theta) K(\theta) d\theta = -\frac{E}{1-\mu} \varepsilon_\varepsilon(t). \quad (3.30)$$

Предположим, что действие вынужденных деформаций ε_ε в грунтовом массиве вызвано температурой T_0 на его поверхности, изменяющейся во времени по произвольному периодическому закону, представленному в виде ряда:

$$T_0 = \sum A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n). \quad (3.31)$$

Температурное поле внутри грунтового массива определяется, кроме граничных условий (3.31), дифференциальным уравнением теплопроводности [38, 64, 156]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Rc} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (3.32)$$

где R – термическое сопротивление массива;

c – его удельная теплоемкость.

Так как температура на границе грунтового массива не зависит от координат x и y , то и внутри массива она будет изменяться лишь по глубине z . Поэтому в уравнении (3.32) пропадут частные производные по x и y и оно примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Rc} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (3.33)$$

Решение уравнения (3.33) для n -го члена ряда (3.31) температуры на поверхности $z = 0$

$$T_{z=0} = T_0 = A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (3.34)$$

имеет вид:

$$T = A_n e^{-\lambda_n z} \sin(\omega_n t - \lambda_n z + \varphi_n), \quad (3.35)$$

где

$$\lambda_n = \sqrt{\frac{Rc \omega_n}{2}}. \quad (3.36)$$

Таким образом, температурное поле в массиве выражается формулой

$$T = \sum A_n e^{-\lambda_n z} \sin(\omega_n t - \lambda_n z + \varphi_n). \quad (3.37)$$

Тогда решая задачу по формуле (3.30), в которой $\varepsilon_g(t) = \alpha T(t)$ (α - коэффициент температурного расширения), для каждого члена ряда (3.31) в случае установившегося температурно-напряженного колебательного процесса, получим:

$$\sigma(t) = \sum \sigma_n(z) \sin[\omega_n t + \psi_n(z)], \quad (3.38)$$

где $\sigma_n(z)$ - амплитуда колебаний напряжений, причем

$$\sigma_n(z) = \frac{\alpha E}{1 - \mu} \cdot \frac{A_n e^{-\lambda_n z}}{\sqrt{[1 + B(\omega_n)]^2 + A^2(\omega_n)}} \quad (3.39)$$

или

$$\sigma_n(z) = \frac{\alpha E}{1 - \mu} A_n e^{-\lambda_n z} \sqrt{[1 - D(\omega_n)]^2 + C^2(\omega_n)}; \quad (3.40)$$

$\psi_n(z)$ - угол сдвига фазы, причем

$$\psi_n(z) = \varphi_n - \lambda_n z + \operatorname{arctg} \frac{A(\omega_n)}{1 + B(\omega_n)} \quad (3.41)$$

или

$$\psi_n(z) = \varphi_n - \lambda_n z + \operatorname{arctg} \frac{C(\omega_n)}{1 - D(\omega_n)}. \quad (3.42)$$

$A(\omega_n)$, $B(\omega_n)$, $C(\omega_n)$ и $D(\omega_n)$ носят название синус- и косинус-преобразований ядра $K(\theta)$ и его резольвенты $R(\theta)$, и выражаются формулами:

$$A(\omega) = \int_0^{\infty} K(\theta) \sin \omega \theta d\theta; \quad B(\omega) = \int_0^{\infty} K(\theta) \cos \omega \theta d\theta;$$

$$C(\omega) = \int_0^{\infty} R(\theta) \sin \omega \theta d\theta; \quad D(\omega) = \int_0^{\infty} R(\theta) \cos \omega \theta d\theta.$$

Данное решение может быть использовано для расчета напряжений с учетом ползучести в грунтовом массиве от действия вынужденных деформаций, вызванных колебаниями температуры на его поверхности.

Для выполнения расчетов при различных значениях исходных данных по полученному решению составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы (решение системы уравнений, численное интегрирование, работа с матрицами и т. д.) (приложение 2). В частности, интегрирование синус- и косинус-преобразований ядра выполняется численным методом (методом квадратур) при помощи встроенной функции `quadl`. Функция `quadl` (квадратура Лобатто) использует адаптивное правило квадратуры Гаусса-Лобатто очень высокого порядка [58, 173]. Численный счет был выполнен при следующих значениях исходных данных:

Периоды колебаний температуры $2\pi / \omega = T$ взяты: 1, 30, 100 и 360 дней;

Закон ползучести грунта был принят линейно-наследственный, инвариантный во времени с ядром

$$K(t - \tau) = \frac{Ae^{-\frac{t-\tau}{n}}}{T^q(t - \tau)^p},$$

где $A = 0,1475$; $n = 2340$ дней; $q = 0,246$; $p = 1 - q = 0,754$; $T = 1$ день;

Коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$;

Удельная теплоемкость массива $c = 880 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$;

Коэффициент теплопроводности массива $\lambda = 0.72 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$;

Термическое сопротивление массива $R = \frac{h}{\lambda}$, где h - толщина массива.

По полученным данным составлены таблицы 3.4, 3.5, 3.6 и 3.7 и построены поверхности распределения тепловых напряжений по глубине массива в различные моменты времени при периоде колебаний температуры 1, 30, 100 и 360 дней (рисунки 3.3, 3.4, 3.5 и 3.6).

Таблица 3.4 – Зависимость величины $\frac{\sigma}{E\alpha A_n}$ от времени t (дней) и координаты z (м) при $T = 1$ день

$z \backslash t$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0	0.105	-0.086	-0.211	-0.281	-0.311	-0.312	-0.293	-0.261	-0.223	-0.184	-0.145
0.1	0.715	0.448	0.239	0.083	-0.028	-0.101	-0.144	-0.164	-0.167	-0.159	-0.143
0.2	1.051	0.811	0.597	0.415	0.266	0.148	0.059	-0.005	-0.047	-0.073	-0.086
0.3	0.986	0.864	0.727	0.589	0.458	0.341	0.240	0.157	0.091	0.040	0.004
0.4	0.544	0.588	0.580	0.538	0.475	0.403	0.329	0.258	0.194	0.138	0.092
0.5	-0.105	0.086	0.211	0.281	0.311	0.312	0.293	0.261	0.223	0.184	0.145
0.6	-0.715	-0.448	-0.239	-0.083	0.028	0.101	0.144	0.164	0.167	0.159	0.143
0.7	-1.051	-0.811	-0.597	-0.415	-0.266	-0.148	-0.059	0.005	0.047	0.073	0.086
0.8	-0.986	-0.864	-0.727	-0.589	-0.458	-0.341	-0.240	-0.157	-0.091	-0.040	-0.004
0.9	-0.544	-0.588	-0.580	-0.538	-0.475	-0.403	-0.329	-0.258	-0.194	-0.138	-0.092
1	0.105	-0.086	-0.211	-0.281	-0.311	-0.312	-0.293	-0.261	-0.223	-0.184	-0.145

Таблица 3.5 – Зависимость величины $\frac{\sigma}{E\alpha A_n}$ от времени t (дней) и координаты z (м) при $T = 30$ дней

$z \backslash t$	0	0.04	0.08	0.12	0.16	0.2	0.24	0.28	0.32	0.36	0.4
0	0.105	-0.151	-0.277	-0.314	-0.297	-0.250	-0.193	-0.137	-0.089	-0.051	-0.023
3	0.715	0.345	0.093	-0.060	-0.139	-0.167	-0.162	-0.139	-0.109	-0.079	-0.052
6	1.051	0.709	0.428	0.217	0.071	-0.020	-0.069	-0.088	-0.088	-0.077	-0.061
9	0.986	0.802	0.599	0.411	0.255	0.135	0.051	-0.003	-0.033	-0.046	-0.047
12	0.544	0.589	0.542	0.449	0.341	0.238	0.151	0.083	0.035	0.003	-0.015
15	-0.105	0.151	0.277	0.314	0.297	0.250	0.193	0.137	0.089	0.051	0.023
18	-0.715	-0.345	-0.093	0.060	0.139	0.167	0.162	0.139	0.109	0.079	0.052
21	-1.051	-0.709	-0.428	-0.217	-0.071	0.020	0.069	0.088	0.088	0.077	0.061
24	-0.986	-0.802	-0.599	-0.411	-0.255	-0.135	-0.051	0.003	0.033	0.046	0.047
27	-0.544	-0.589	-0.542	-0.449	-0.341	-0.238	-0.151	-0.083	-0.035	-0.003	0.015
30	0.105	-0.151	-0.277	-0.314	-0.297	-0.250	-0.193	-0.137	-0.089	-0.051	-0.023

Таблица 3.6 – Зависимость величины $\frac{\sigma}{E\alpha A_n}$ от времени t (дней) и координаты z (м) при $T = 100$ дней

$z \backslash t$	0	0.08	0.16	0.24	0.32	0.4	0.48	0.56	0.64	0.72	0.8
0	0.105	-0.234	-0.315	-0.268	-0.182	-0.100	-0.041	-0.007	0.009	0.014	0.012
10	0.715	0.193	-0.071	-0.162	-0.158	-0.117	-0.070	-0.033	-0.010	0.002	0.007
20	1.051	0.546	0.200	0.007	-0.074	-0.089	-0.073	-0.048	-0.025	-0.010	-0.001
30	0.986	0.691	0.394	0.173	0.038	-0.027	-0.047	-0.044	-0.031	-0.018	-0.008
40	0.544	0.571	0.438	0.273	0.136	0.045	-0.004	-0.023	-0.025	-0.020	-0.012
50	-0.105	0.234	0.315	0.268	0.182	0.100	0.041	0.007	-0.009	-0.014	-0.012
60	-0.715	-0.193	0.071	0.162	0.158	0.117	0.070	0.033	0.010	-0.002	-0.007
70	-1.051	-0.546	-0.200	-0.007	0.074	0.089	0.073	0.048	0.025	0.010	0.001
80	-0.986	-0.691	-0.394	-0.173	-0.038	0.027	0.047	0.044	0.031	0.018	0.008
90	-0.544	-0.571	-0.438	-0.273	-0.136	-0.045	0.004	0.023	0.025	0.020	0.012
100	0.105	-0.234	-0.315	-0.268	-0.182	-0.100	-0.041	-0.007	0.009	0.014	0.012

Таблица 3.7 – Зависимость величины $\frac{\sigma}{E\alpha A_n}$ от времени t (дней) и координаты z (м) при $T = 360$ дней

$z \backslash t$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.105	-0.176	-0.295	-0.312	-0.273	-0.210	-0.145	-0.089	-0.046	-0.017	0.001
36	0.715	0.302	0.041	-0.101	-0.160	-0.166	-0.143	-0.109	-0.075	-0.046	-0.023
72	1.051	0.665	0.362	0.148	0.014	-0.058	-0.086	-0.088	-0.075	-0.057	-0.039
108	0.986	0.774	0.544	0.341	0.183	0.072	0.004	-0.033	-0.047	-0.047	-0.039
144	0.544	0.587	0.519	0.403	0.281	0.174	0.092	0.035	0.000	-0.018	-0.025
180	-0.105	0.176	0.295	0.312	0.273	0.210	0.145	0.089	0.046	0.017	-0.001
216	-0.715	-0.302	-0.041	0.101	0.160	0.166	0.143	0.109	0.075	0.046	0.023
252	-1.051	-0.665	-0.362	-0.148	-0.014	0.058	0.086	0.088	0.075	0.057	0.039
288	-0.986	-0.774	-0.544	-0.341	-0.183	-0.072	-0.004	0.033	0.047	0.047	0.039
324	-0.544	-0.587	-0.519	-0.403	-0.281	-0.174	-0.092	-0.035	0.000	0.018	0.025
360	0.105	-0.176	-0.295	-0.312	-0.273	-0.210	-0.145	-0.089	-0.046	-0.017	0.001

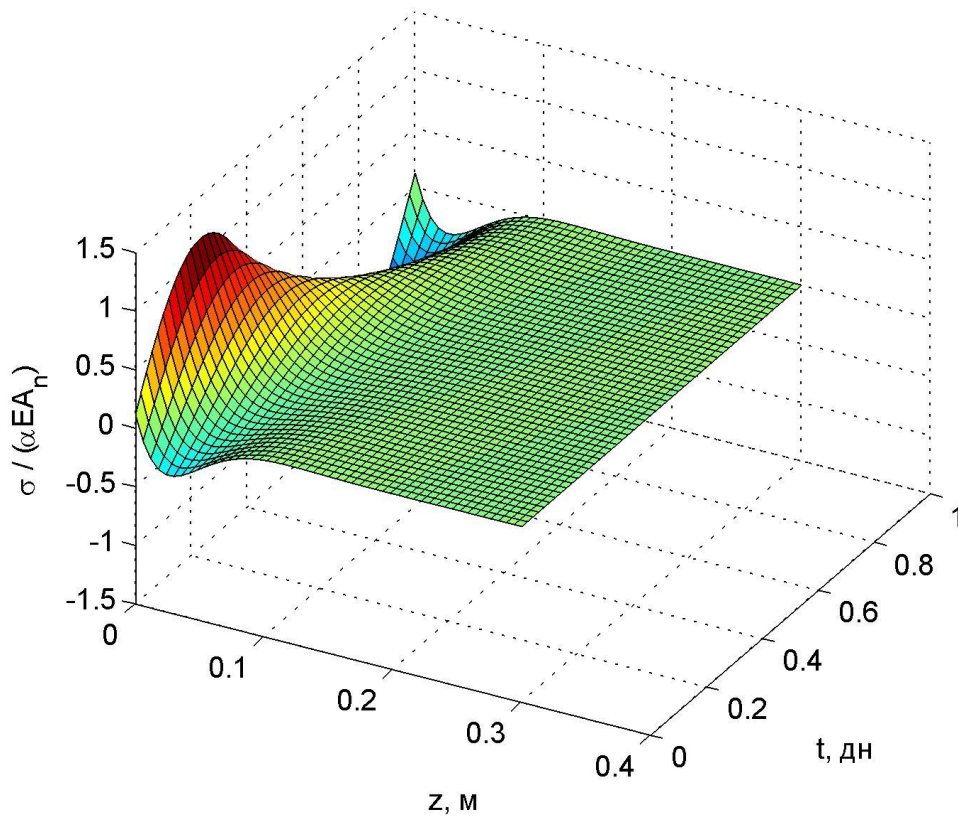


Рисунок 3.3 – Распределение тепловых напряжений при периоде колебаний температуры 1 день

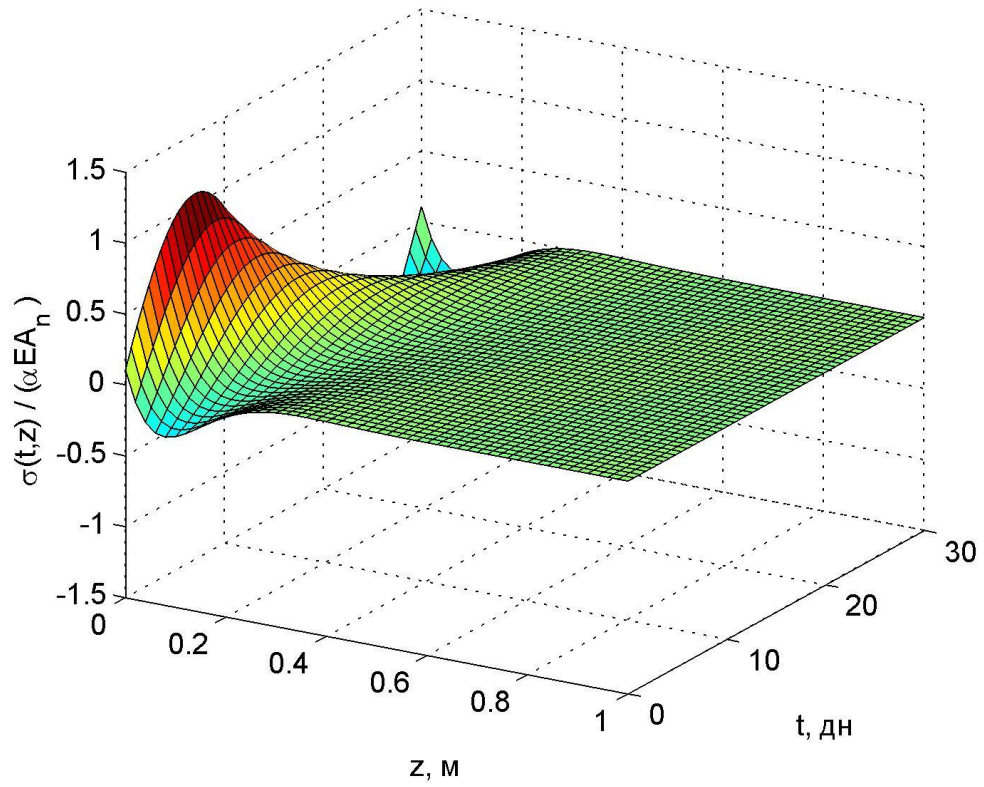


Рисунок 3.4 - Распределение тепловых напряжений при периоде колебаний температуры 30 дней

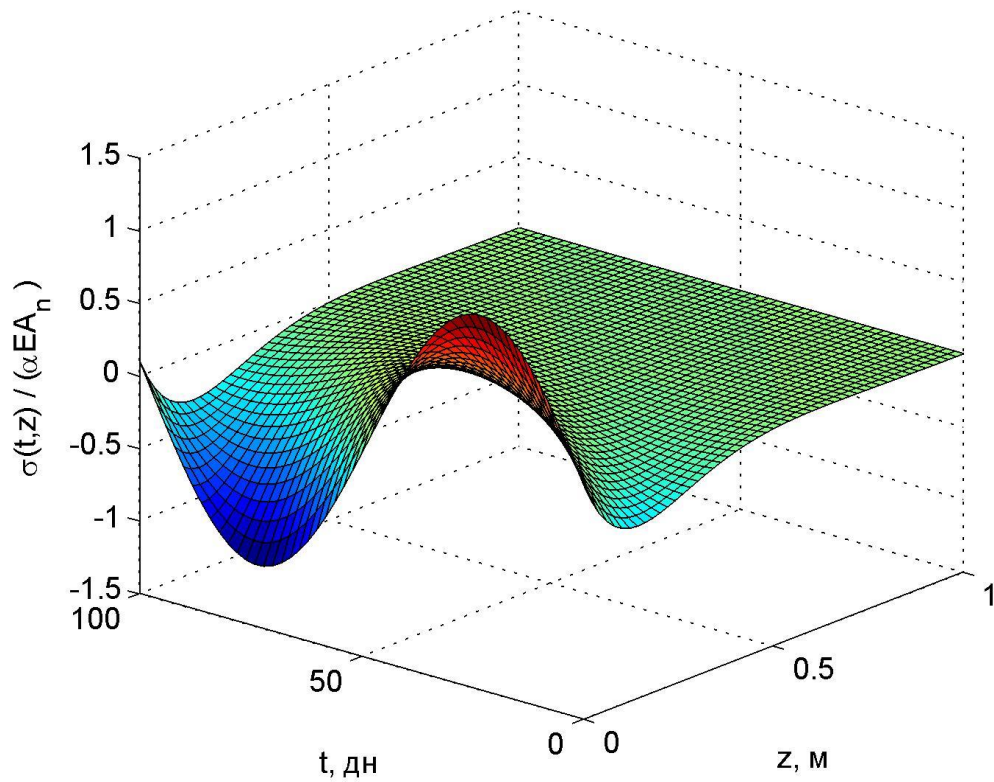


Рисунок 3.5 - Распределение тепловых напряжений при периоде колебаний температуры 100 дней

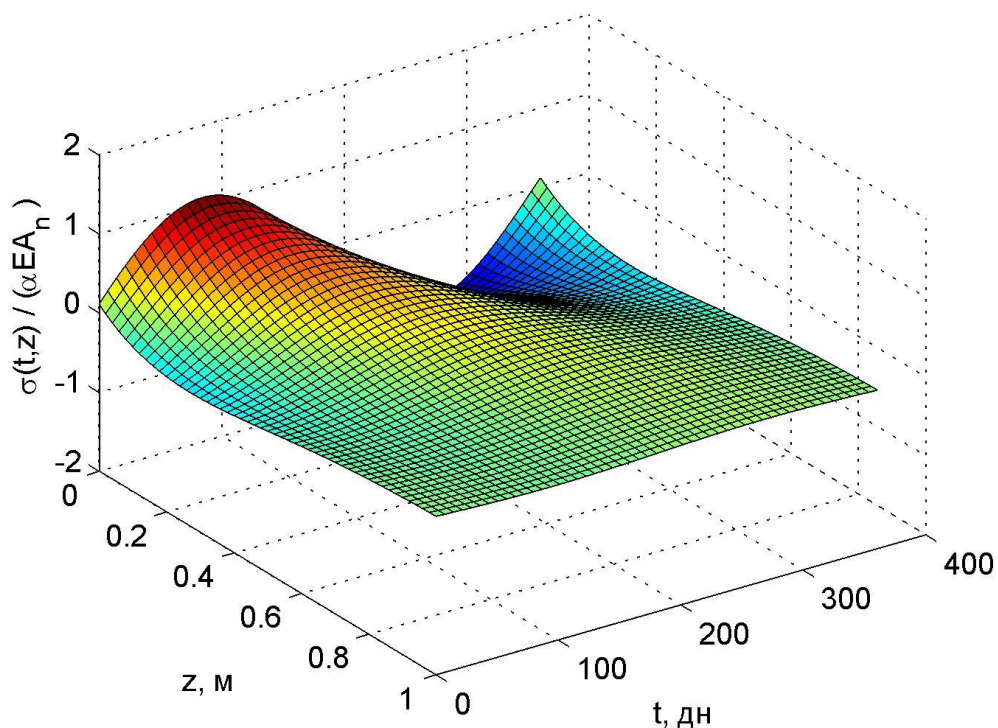


Рисунок 3.6 - Распределение тепловых напряжений при периоде колебаний температуры 360 дней

3.3 Моделирование порового давления в грунтовой среде

Рассмотрим водонасыщенную двухфазную грунтовую систему, находящуюся под действием поверхностных сил [1, 27-30, 39, 42, 43, 168]. Процесс консолидации грунта сопровождается возникновением сил взаимодействия между двумя фазами грунта (грунтовым скелетом и поровой водой), обусловливаемых явлениями взвешивания скелета грунта за счет возникших давлений в поровой жидкости [50, 51, 53-56, 74, 126, 153, 155, 160].

Принимаем расчетную модель, в которой поровое давление на грунт рассматривается как действие объемных сил, определяемых по следующей зависимости [138-142]:

$$\left. \begin{aligned} X &= -\gamma_w \frac{\partial H}{\partial x}; \\ Y &= -\gamma_w \frac{\partial H}{\partial y}; \\ Z &= -\gamma_w \frac{\partial H}{\partial z}; \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

где: γ_w - удельный вес жидкости;

H - напорная функция, обусловленная уплотняющей поверхностной нагрузкой.

Напорная функция, обусловленная уплотняющей поверхностной нагрузкой, и поровое давление p_w связаны зависимостью

$$H = \frac{p_w}{\gamma_w}. \quad (3.44)$$

Тогда для объемных сил, учитывающих воздействие порового давления на грунт, из (3.43) с учетом (3.44) имеем [117]

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{\partial p_w}{\partial x}; \\ Y &= -\frac{\partial p_w}{\partial y}; \\ Z &= -\frac{\partial p_w}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях (2.1) для линейно-деформируемой сплошной изотропной среды с объемными силами, учитывающими воздействие порового давления на грунт, выглядят [6, 7]:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial x} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial y} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

Предположим, что перемещения, тождественно равные перемещениям от объемных сил, учитывающих воздействие порового давления на грунт [117], вызваны воздействием вынужденных деформаций. В силу упрощающего предположения, что поровая жидкость сопротивляется только объемному деформированию, естественно считать, что и вынужденные деформации, учитывающие воздействие порового давления на грунт, представляют собой объемную деформацию, а тензор вынужденных деформаций является шаровым с компонентами ε_ε .

В данном случае уравнения равновесия в перемещениях (2.1) записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial x} \right) &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial y} \right) &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - 3 \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial z} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

Из (3.46) и (3.47) имеем

$$p_w = S_o (3\varepsilon_\varepsilon). \quad (3.48)$$

В решенном относительно вынужденных деформаций виде данное выражение выглядит:

$$\varepsilon_\varepsilon = L_o \left(\frac{p_w}{3} \right). \quad (3.49)$$

Решенная относительно напряжений неинвариантная во времени система линейно-наследственных уравнений ползучести при учете воздействия порового давления на грунт с помощью объемных сил выглядит следующим образом

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\
 \sigma_y^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\
 \sigma_z^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z); \\
 \tau_{xy}^F &= S_c (\gamma_{xy}); \\
 \tau_{yz}^F &= S_c (\gamma_{yz}); \\
 \tau_{zx}^F &= S_c (\gamma_{zx}).
 \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

В случае учета воздействия порового давления на грунт с помощью вынужденных деформаций она выглядит:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\
 \sigma_y^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\
 \sigma_z^{\varepsilon_\theta} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - 3\varepsilon_\theta); \\
 \tau_{xy}^{\varepsilon_\theta} &= S_c (\gamma_{xy}); \\
 \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta} &= S_c (\gamma_{yz}); \\
 \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta} &= S_c (\gamma_{zx}).
 \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

Тогда согласно (3.50) и (3.51) с учетом (3.49) напряжения от вынужденных деформаций связаны с напряжениями от объемных сил зависимостями

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_x^F - S_o (3\varepsilon_\theta) = \sigma_x^F - p_w; \\
 \sigma_y^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_y^F - S_o (3\varepsilon_\theta) = \sigma_y^F - p_w; \\
 \sigma_z^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_z^F - S_o (3\varepsilon_\theta) = \sigma_z^F - p_w; \\
 \tau_{xy}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{xy}^F; \\
 \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{yz}^F; \\
 \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{zx}^F.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

Очевидно, что $\sigma_x^F, \sigma_y^F, \sigma_z^F$ и $\tau_{xy}^F, \tau_{yz}^F, \tau_{zx}^F$ соответствуют полным напряжениям, а $\sigma_x^{\varepsilon_\theta}, \sigma_y^{\varepsilon_\theta}, \sigma_z^{\varepsilon_\theta}$ и $\tau_{xy}^{\varepsilon_\theta}, \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta}, \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta}$ - напряжениям в скелете грунта.

Согласно установленным в работах [3, 5] условия эквивалентности воздействий в механике деформируемого твердого тела действие объемных сил в общем случае можно заменить воздействием нормально приложенных к поверхности сил P и шарового тензора вынужденных деформаций с компонентами ε_θ , определяемых по зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= X; \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= Y; \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= Z. \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x} &= -L_o \left(\frac{X}{3} \right); \\ \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial y} &= -L_o \left(\frac{Y}{3} \right); \\ \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial z} &= -L_o \left(\frac{Z}{3} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

При этом перемещения от объемных сил и суммарного воздействия поверхностных сил и вынужденных деформаций тождественно равны, а напряжения связаны зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_x^F - \sigma_x^P + P; \\ \sigma_y^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_y^F - \sigma_y^P + P; \\ \sigma_z^{\varepsilon_\theta} &= \sigma_z^F - \sigma_z^P + P; \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{xy}^F - \tau_{xy}^P; \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{yz}^F - \tau_{yz}^P; \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_\theta} &= \tau_{zx}^F - \tau_{zx}^P. \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

С учетом (3.45) зависимости (3.53) - (3.55) выглядят следующим образом

$$P = -p_w. \quad (3.56)$$

$$\varepsilon_e = L_o \left(\frac{p_w}{3} \right). \quad (3.57)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_e} &= \sigma_x^F - \sigma_x^P - p_w; \\ \sigma_y^{\varepsilon_e} &= \sigma_y^F - \sigma_y^P - p_w; \\ \sigma_z^{\varepsilon_e} &= \sigma_z^F - \sigma_z^P - p_w; \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_e} &= \tau_{xy}^F - \tau_{xy}^P; \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_e} &= \tau_{yz}^F - \tau_{yz}^P; \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_e} &= \tau_{zx}^F - \tau_{zx}^P. \end{aligned} \right\} \quad (3.58)$$

Так как поровое давление p_w на поверхности грунтового массива равно нулю, то поверхностная сила согласно (3.56) также равна нулю и зависимости (3.58) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\varepsilon_e} &= \sigma_x^F - p_w; \\ \sigma_y^{\varepsilon_e} &= \sigma_y^F - p_w; \\ \sigma_z^{\varepsilon_e} &= \sigma_z^F - p_w; \\ \tau_{xy}^{\varepsilon_e} &= \tau_{xy}^F; \\ \tau_{yz}^{\varepsilon_e} &= \tau_{yz}^F; \\ \tau_{zx}^{\varepsilon_e} &= \tau_{zx}^F. \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

Отсюда видно, что действие объемных сил, учитывающих воздействие порового давления на грунт [117], можно заменить воздействием только вынужденных деформаций, определяемых по зависимости (3.49) или (3.57), а напряжения при этом связаны зависимостями (3.52) или (3.59).

Таким образом, воздействие порового давления на грунт можно рассматривается как действие объемных сил по известной расчетной модели объемных сил (модели Флорина-Био) или как воздействие вынужденных деформаций по разработанной выше расчетной модели, которую по аналогии назовем расчетной моделью вынужденных деформаций [11, 13, 14].

Мы также показали, что эти две расчетные модели полностью согласуются с установленными ранее в механике деформируемого твердого тела общими условиями эквивалентности воздействий [3, 5].

Рассмотрим случай, когда грунтовая среда подчиняется условиям квазиупругопластичного материала – объемные деформации можно считать чисто упругими, т.е. без наследственной части. При этом

$$1 - 2\nu(t, \tau) = 0; \quad \nu(t, \tau) = 0,5$$

и, согласно условиям эквивалентности воздействий для несжимаемого материала [6], вынужденные деформации должны тождественно равняться нулю.

Такому случаю соответствует в частности мгновенное напряженно-деформированное состояние грунта, возникающее вслед за приложением внешних нагрузок, при идеально несжимаемой внутрипоровой жидкости.

Тогда зависимости (3.52) или (3.59) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^F &= p_w; \\ \sigma_y^F &= p_w; \\ \sigma_z^F &= p_w; \\ \tau_{xy}^F &= 0; \\ \tau_{yz}^F &= 0; \\ \tau_{zx}^F &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.60)$$

Таким образом, в случае квазиупругопластичности грунтовой среды, в частности при $t = 0$ и идеально несжимаемой внутрипоровой жидкости, полные нормальные напряжения равны поровому давлению, а нормальные напряжения в скелете грунта и все касательные напряжения равны нулю.

Для среды с неизменяющимися свойствами все зависимости инвариантны во времени и характеристики среды, зависящие от двух переменных t и τ , превращаются в функции разности этих двух переменных $t - \tau$, а функции t превращаются в постоянные величины. В этом случае и с учетом различной сопротивляемости скелета грунта всестороннему сжатию

(уплотняющие нагрузки) и всестороннему растяжению (под действием порового давления) уравнения (3.46) и (3.47) записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial x}; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial y}; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3.61)$$

где: $S_c()$, $S_o^y()$ - операторы, имеющие вид:

$$S_c(p) = G \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R_c(t - \tau) d\tau \right];$$

$$S_o^y(p) = E_o^y \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R_o(t - \tau) d\tau \right];$$

$\beta = \frac{E_o^p}{E_o^y}$ - отношение модуля объемной деформации разуплотнения к

модулю объемной деформации уплотнения.

Тогда уравнения (3.50) и (3.51) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_y^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_z^F &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \tau_{xy}^F &= S_c (\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz}^F &= S_c (\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx}^F &= S_c (\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (3.62)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\
 \sigma_y^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\
 \sigma_z^{\varepsilon_e} &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) p_w; \\
 \tau_{xy}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{xy}); \\
 \tau_{yz}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{yz}); \\
 \tau_{zx}^{\varepsilon_e} &= S_c (\gamma_{zx}).
 \end{aligned} \right\} \quad (3.63)$$

Согласно экспериментальным данным С. Р. Месчяна [77] для многих грунтов при уплотняющих давлениях до 3 кг/см^2 соблюдается постоянство во времени коэффициента Пуассона, т. е. $\nu(t - \tau) = \mu(0) = \mu = const$, и для ядер выполняется условие $K_c(t - \tau) = K_o(t - \tau) = K(t - \tau)$, следовательно, будут равны и их резольвенты [10]:

$$R_c(t - \tau) = R_o(t - \tau) = R(t - \tau).$$

При этом операторы S_o и S_c будут отличаться друг от друга лишь множителем

$$S_o = \frac{E_o}{G} S_c = \frac{2 + 2\mu}{3 - 6\mu} S_c. \quad (3.64)$$

Операторы $S_o(\)$ и $S_c(\)$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 S_o(p) &= E_o \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R(t - \tau) d\tau \right]; \\
 S_c(p) &= G \left[p(t) - \int_0^t p(\tau) R(t - \tau) d\tau \right].
 \end{aligned}$$

Учитывая эти обстоятельства дифференциальные уравнения равновесия (3.46) и (3.47) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial x} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial y} &= 0; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) - \frac{\partial p_w}{\partial z} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

и, перейдя к оператору L_c , обратному S_c :

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} - L_c \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} \right) &= 0; \\ \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} - L_c \left(\frac{\partial p_w}{\partial y} \right) &= 0; \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} - L_c \left(\frac{\partial p_w}{\partial z} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

Оператор $L_c(\)$ имеет вид:

$$L_c(p) = \frac{1}{G} \left[p(t) + \int_0^t p(\tau) K(t-\tau) d\tau \right].$$

Тогда уравнения деформирования (3.50) и (3.51) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} E\varepsilon_x &= L(\sigma_x^F) - \mu L(\sigma_y^F + \sigma_z^F); \\ E\varepsilon_y &= L(\sigma_y^F) - \mu L(\sigma_z^F + \sigma_x^F); \\ E\varepsilon_z &= L(\sigma_z^F) - \mu L(\sigma_x^F + \sigma_y^F); \\ G\gamma_{xy} &= L(\tau_{xy}^F); \\ G\gamma_{yz} &= L(\tau_{yz}^F); \\ G\gamma_{zx} &= L(\tau_{zx}^F); \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

$$\left. \begin{aligned}
 E\varepsilon_x &= E\varepsilon_\theta + L(\sigma_x^{\varepsilon_\theta}) - \mu L(\sigma_y^{\varepsilon_\theta} + \sigma_z^{\varepsilon_\theta}); \\
 E\varepsilon_y &= E\varepsilon_\theta + L(\sigma_y^{\varepsilon_\theta}) - \mu L(\sigma_z^{\varepsilon_\theta} + \sigma_x^{\varepsilon_\theta}); \\
 E\varepsilon_z &= E\varepsilon_\theta + L(\sigma_z^{\varepsilon_\theta}) - \mu L(\sigma_x^{\varepsilon_\theta} + \sigma_y^{\varepsilon_\theta}); \\
 G\gamma_{xy} &= L(\tau_{xy}^{\varepsilon_\theta}); \\
 G\gamma_{yz} &= L(\tau_{yz}^{\varepsilon_\theta}); \\
 G\gamma_{zx} &= L(\tau_{zx}^{\varepsilon_\theta});
 \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

где $L()$ - оператор, имеющий вид:

$$L(\sigma) = \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau)K(t-\tau)d\tau.$$

В случае постоянства во времени коэффициента Пуассона, согласно упругой аналогии [157], полные напряжения с учетом ползучести σ_x^F , σ_y^F , σ_z^F и τ_{xy}^F , τ_{yz}^F , τ_{zx}^F тождественно совпадают с напряжениями упругомгновенной задачи [117], т. е.

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^F &= \sigma_x^y; \\
 \sigma_y^F &= \sigma_y^y; \\
 \sigma_z^F &= \sigma_z^y; \\
 \tau_{xy}^F &= \tau_{xy}^y; \\
 \tau_{yz}^F &= \tau_{yz}^y; \\
 \tau_{zx}^F &= \tau_{zx}^y;
 \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

а перемещения связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned}
 u &= L(u^y); \\
 v &= L(v^y); \\
 w &= L(w^y).
 \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

Система из трех дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях содержит четыре неизвестные функции u ; v ; w и p_w . В качестве четвертого недостающего уравнения принимаем соотношение, описывающее движение жидкости в деформируемой пористой среде [68, 117, 145]:

$$\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial t} = \frac{k_\phi}{\gamma_w} \nabla^2 p_w - \frac{3n_{cp}}{\alpha_w} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial t}, \quad (3.71)$$

где: k_ϕ - коэффициент фильтрации;

n - пористость;

α_w - модуль объемной сжимаемости жидкости;

γ_w - удельный вес жидкости.

В случае, когда поровая жидкость является несжимаемой ($\alpha_w \rightarrow \infty$), уравнение (3.71) приобретает простейший вид:

$$\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial t} = \frac{k_\phi}{\gamma_w} \nabla^2 p_w. \quad (3.72)$$

Таким образом, оценка воздействия порового давления на грунт сводится к нахождению решения системы четырех уравнений, включающей три дифференциальных уравнения равновесия в перемещениях и соотношение, описывающее движение жидкости в деформируемой пористой среде. При этом следует учесть граничные условия, в том числе и для напоров.

Принимая расчетную модель сплошного изотропного тела с линейно-наследственной ползучестью система уравнений для оценки воздействия порового давления на грунт в случае инвариантности среды и постоянства коэффициента Пуассона во времени, а также с учетом различной сопротивляемости скелета грунта при уплотнении и разуплотнении, согласно (3.61) и (3.71) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} S_c \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial x} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial x}; \\ S_c \left(\nabla^2 v + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial y} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial y}; \\ S_c \left(\nabla^2 w + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) + S_o^y \left(\frac{\partial \varepsilon_o}{\partial z} \right) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial p_w}{\partial z}; \\ \frac{\partial \varepsilon_o}{\partial t} &= \frac{k_\phi}{\gamma_w} \nabla^2 p_w - \frac{3n_{cp}}{\alpha_w} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.73)$$

Полные (общие) напряжения согласно (3.62) при этом определяются по зависимостям

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_x - 2\varepsilon_y - 2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_y &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_y - 2\varepsilon_z - 2\varepsilon_x}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_z &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z - 2\varepsilon_x - 2\varepsilon_y}{3} \right) + S_o^y (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \tau_{xy} &= S_c (\gamma_{xy}); \\ \tau_{yz} &= S_c (\gamma_{yz}); \\ \tau_{zx} &= S_c (\gamma_{zx}). \end{aligned} \right\} \quad (3.74)$$

Рассмотрим одномерную задачу уплотнения слоя двухфазного грунта мощности h , загруженного равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q [16, 21, 117]. Пусть консолидируемый слой лежит на скальном недеформируемом основании (рисунок 3.7).

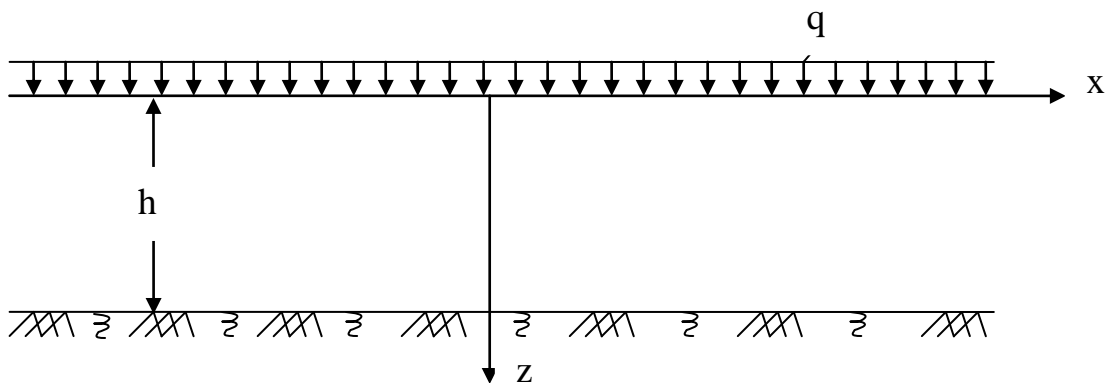


Рисунок 3.7 – Схема консолидируемого слоя грунта на скальном недеформируемом основании

Будем рассматривать два варианта условий дренирования:

а) водопроницаемы обе поверхности ($z = 0$; $z = h$) консолидируемого слоя

$$p_w|_{z=0} = 0; \quad p_w|_{z=h} = 0; \quad (3.75)$$

б) поверхность $z = 0$ водопроницаема, а поверхность $z = h$ водонепроницаема

$$p_w|_{z=0} = 0; \quad \frac{\partial p_w}{\partial z}|_{z=h} = 0. \quad (3.76)$$

Полагая в системе уравнений (3.74) составляющие деформаций $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$; $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$, получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= S_c \left(\frac{-2\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y(\varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_z &= S_c \left(\frac{4\varepsilon_z}{3} \right) + S_o^y(\varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.77)$$

С учетом условия $R_c(t - \tau) = R_o(t - \tau) = R(t - \tau)$ система уравнений (3.77) принимает вид [10]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= \frac{3E_o^y - 2G}{3} S(\varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \sigma_z &= \frac{3E_o^y - 4G}{3} S(\varepsilon_z) - \frac{1}{\beta} p_w; \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.78)$$

где $S(\)$ - оператор, имеющий вид:

$$S(\varepsilon) = \varepsilon(t) - \int_0^t \varepsilon(\tau) R(t - \tau) d\tau.$$

Принимая во втором уравнении системы (3.78) $\sigma_z = -q$, имеем

$$S(\varepsilon_z) = -\frac{3}{3E_o^y + 4G} \left[q - \frac{1}{\beta} p_w \right]. \quad (3.79)$$

Подставляя уравнение (3.79) в первое уравнение системы (3.78) получим

$$\sigma_x = \sigma_y = -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q - \frac{6G}{3E_o^y + 4G} \cdot \frac{1}{\beta} p_w. \quad (3.80)$$

Перейдя в выражении (3.79) к оператору L , обратному S

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{3}{3E_o^y + 4G} L\left(q - \frac{1}{\beta} p_w\right). \quad (3.81)$$

Интегрируя выражение (3.81) получим:

$$w = -\frac{3}{3E_o^y + 4G} L\left(qz - \frac{1}{\beta} \int_0^z p_w dz\right) + C. \quad (3.82)$$

Учитывая, что консолидируемый слой лежит на скальном недеформируемом основании, т. е. $w|_{z=h} = 0$, имеем

$$C = \frac{3}{3E_o^y + 4G} L\left(qh - \frac{1}{\beta} \int_0^h p_w dz\right). \quad (3.83)$$

Тогда осадка основания $s = w|_{z=0}$ в соответствии с уравнениями (3.82) и (3.83) будет равна

$$s = \frac{3}{3E_o^y + 4G} L\left(qh - \frac{1}{\beta} \int_0^h p_w dz\right). \quad (3.84)$$

Заметим, что формула для определения напряжений (3.80) не содержит ядро (резольвента ядра) ползучести, а в выражение для деформации (3.81) или перемещения (3.82) (осадки (3.84)) ядро ползучести входит. Это соответствует известному положению, что при постоянстве во времени коэффициента Пуассона среды, ползучесть не влияет на напряженное состояние, а лишь сказывается на деформации или перемещения (осадку). В данном случае напряженно-деформированное состояние исходной задачи можно было получить и методом упругой аналогии, согласно которому достаточно решить упругомгновенную задачу и использовать зависимости [4]:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_x^y = \sigma_y^y; \quad (3.85)$$

$$w = L(w^y), \quad (3.86)$$

где σ_x^y , σ_y^y и w^y - напряжения и перемещение упругомгновенной задачи.

Остается найти поровое давление p_w . Продифференцируем первые три уравнения системы (3.73) соответственно по x , y , z и сложим их

$$\frac{4G + 3E_o^y}{3} S(\nabla^2 \varepsilon_o) = \frac{1}{\beta} \nabla^2 p_w. \quad (3.87)$$

Уравнение (3.87) можно представить с точностью до произвольной гармонической функции, которую впоследствии примем равной нулю (соответствует отысканию лишь первого приближения решения), в следующем виде

$$\frac{4G + 3E_o^y}{3} S(\varepsilon_o) = \frac{1}{\beta} p_w. \quad (3.88)$$

Простейшее предположение состоит в том, что объемные деформации от порового давления будем считать чисто упругими, т. е. без наследственной части. При этом

$$\varepsilon_o = \frac{3}{\beta(4G + 3E_o^y)} p_w. \quad (3.89)$$

Дифференцируя уравнение (3.89) по t и сравнивая с последним уравнением системы (3.73), получим

$$c \nabla^2 p_w = \frac{\partial p_w}{\partial t}, \quad (3.90)$$

где

$$c = \frac{k_\phi}{\gamma_w \left(\frac{3}{\beta(4G + 3E_o^y)} + \frac{3n_{cp}}{\alpha_w} \right)}.$$

В случае одномерной задачи $\left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ уравнение (3.90) принимает вид:

$$c \frac{\partial^2 p_w}{\partial z^2} = \frac{\partial p_w}{\partial t}. \quad (3.91)$$

Полагая $p_w(z, t) = Z(z)T(t)$ решение уравнения (3.91) будем искать методом Фурье [26, 61]. В соответствии с выражением (3.91), после разделения переменных получаем

$$\frac{Z''}{Z} = \frac{T'}{cT} = -\alpha_i^2, \text{ откуда } Z'' + \alpha_i^2 Z = 0 \text{ и } T' + \alpha_i^2 cT = 0. \quad (3.92)$$

Тогда для $Z(z)$ и $T(t)$ имеем

$$Z(z) = A \sin(\alpha_i z) + B \cos(\alpha_i z) \text{ и } T(t) = C \exp(-\alpha_i^2 ct),$$

где A , B , и C - произвольные постоянные.

Тогда частное решение уравнения (3.91) имеет вид [66, 130]

$$p_w(z, t) = [A \sin(\alpha_i z) + B \cos(\alpha_i z)] C \exp(-\alpha_i^2 ct). \quad (3.93)$$

Для условий дренирования (3.75) получаем $B = 0$ и $\alpha_i = \frac{i \cdot \pi}{h}$, где i - любое целое число.

В силу линейности уравнения (3.91), выражение

$$p_w(z, t) = \sum_{i=0}^{i=\infty} C_i \exp(-\alpha_i^2 ct) \sin(\alpha_i z) \quad (3.94)$$

также является его решением, удовлетворяющим граничным условиям (3.75), в котором вследствие произвольности величины C_i произвольная постоянная A_i может быть опущена.

Коэффициент C_i определим из условия, что в начальный момент времени $t = 0$ поровое давление $p_w(z, t)$ равно [59]:

$$p_w(z, 0) = \frac{q}{\frac{1}{\beta} + n_{cp} \frac{4G + 3E^y}{\alpha_w}} = \beta b q, \quad (3.95)$$

где

$$b = \frac{1}{1 + \frac{n_{cp} \beta (4G + 3E^y)}{\alpha_w}}. \quad (3.96)$$

Значение функции $p_w(z, t)$ для момента времени $t = 0$ из выражения (3.94) подставим в условие (3.95)

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} C_i \sin(\alpha_i z) = \frac{q}{\frac{1}{\beta} + n_{cp} \frac{4G + 3E^y}{\alpha_w}} = \beta b q.$$

Разлагая постоянную величину $\beta b q$ в ряд синусов и приравнявая соответствующие коэффициенты в правой и левой частях уравнения, имеем [47, 116]

$$C_i = \frac{4\beta b q}{\pi} \frac{1}{i}, \quad (3.97)$$

где $i = 1, 3, 5, \dots$

Тогда согласно выражению (3.94), получаем

$$p_w(z, t) = \frac{4\beta b q}{\pi} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \exp(-c \alpha_i^2 t) \sin(\alpha_i z). \quad (3.98)$$

Подставляя уравнение (3.98) в уравнения (3.80) и (3.84), мы получим окончательные расчетные формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = & -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q - \frac{24bqG}{\pi(3E_o^y + 4G)} \times \\ & \times \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \exp(-c \alpha_i^2 t) \sin(\alpha_i z); \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$s = \frac{3qh}{3E_o^y + 4G} L \left(1 - \frac{8b}{\pi^2} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \exp(-c \alpha_i^2 t) \right). \quad (3.100)$$

Принимая ядро ползучести в виде [117]

$$L(t - \tau) = \delta \exp[-\delta_1(t - \tau)] \quad (3.101)$$

для осадки из (3.100) имеем

$$s = \frac{3}{3E_o^y + 4G} qh \left\{ 1 + \frac{\delta}{\delta_1} [1 - \exp(-\delta_1 t)] - \frac{8b}{\pi^2} \times \right.$$

$$\times \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \left[\exp(-c\alpha_i^2 t) + \frac{\delta}{(\delta_1 - c\alpha_i^2)} \left[\exp(-c\alpha_i^2 t) - \exp(-\delta_1 t) \right] \right] \}. \quad (3.102)$$

Рассмотрим мгновенное напряженно-деформированное состояние (начальное состояние) $t = 0$.

Тогда с учетом суммы рядов Фурье $\sum_{i=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{8}$ и $\sum_{i=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{i} \sin(\alpha_i z) = \frac{\pi}{4}$

(при $0 \leq z \leq h$) [63, 65] выражения (3.98), (3.99) и (3.102) принимают вид

$$p_w(z, 0) = \frac{4\beta b q}{\pi} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \sin(\alpha_i z) = \beta b q; \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q - \frac{24bqG}{\pi(3E_o^y + 4G)} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i} \sin(\alpha_i z) = \\ &= -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q - \frac{6bqG}{3E_o^y + 4G}; \end{aligned} \quad (3.104)$$

$$s = \frac{3}{3E_o^y + 4G} qh \left[1 - \frac{8b}{\pi^2} \sum_{i=1,3,\dots}^{i=\infty} \frac{1}{i^2} \right] = \frac{3}{3E_o^y + 4G} qh [1 - b]. \quad (3.105)$$

Определим конечное напряженно-деформированное состояние («стабилизированное» состояние) $t \rightarrow \infty$.

В этом случае выражения (3.98), (3.99) и (3.102) имеют вид

$$p_w(z, \infty) = 0; \quad (3.106)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = -\frac{3E_o^y - 2G}{3E_o^y + 4G} q; \quad (3.107)$$

$$s = \frac{3}{3E_o^y + 4G} qh \left(1 + \frac{\delta}{\delta_1} \right). \quad (3.108)$$

В случае, когда поровая жидкость является несжимаемой ($\alpha_w \rightarrow \infty$),

$$c = \frac{k_\phi \beta (4G + 3E^y)}{3\gamma_w}, \quad b = 1. \quad (3.109)$$

Легко заметить, что для условий дренирования (3.76) в полученных решениях изменится только значение α_i , которое в данном случае равно $\frac{i\pi}{2h}$, где $i = 1, 3, 5, \dots$.

Степень консолидации слоя можно определить по формуле

$$U = \frac{s(t)}{s(\infty)}.$$

Для выполнения расчетов при различных значениях исходных данных по полученному решению составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы (решение системы уравнений, численное интегрирование, работа с матрицами и т. д.) (приложение 3).

Для двух вариантов условий дренирования выполнен расчет функции порового давления, функции бокового распора и степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести при следующих значениях исходных данных:

$$\beta = 0.4; b = 1; \delta = 0.01; \delta_1 = 0.1; \mu = 0.3; E^y = E = 19 \text{ МПа}.$$

Поровое и боковое давления находят, умножая значения соответствующих функций на q и $-q$.

По результатам численного счета составлены таблицы 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 и 3.13 и построены поверхности распределения функции порового давления, функции бокового распора и графики изменения степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести для первого и второго вариантов дренирования (рисунки 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 и 3.13).

Таблица 3.8 – Зависимость функции порового давления η от времени t и координаты z при первом варианте дренирования и $\frac{\pi^2}{h^2} c = 0.1$

z/h t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
2	0	0.152	0.272	0.345	0.380	0.390	0.380	0.345	0.272	0.152	0
6	0	0.087	0.165	0.226	0.265	0.279	0.265	0.226	0.165	0.087	0
10	0	0.058	0.110	0.152	0.178	0.187	0.178	0.152	0.110	0.058	0
14	0	0.039	0.074	0.102	0.119	0.126	0.119	0.102	0.074	0.039	0
18	0	0.026	0.050	0.068	0.080	0.084	0.080	0.068	0.050	0.026	0
22	0	0.017	0.033	0.046	0.054	0.056	0.054	0.046	0.033	0.017	0
26	0	0.012	0.022	0.031	0.036	0.038	0.036	0.031	0.022	0.012	0
30	0	0.008	0.015	0.021	0.024	0.025	0.024	0.021	0.015	0.008	0
34	0	0.005	0.010	0.014	0.016	0.017	0.016	0.014	0.010	0.005	0
38	0	0.004	0.007	0.009	0.011	0.011	0.011	0.009	0.007	0.004	0
42	0	0.002	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.006	0.005	0.002	0

Таблица 3.9 – Зависимость функции бокового распора ξ от времени t и координаты z при первом варианте дренирования и $\frac{\pi^2}{h^2} c = 0.1$

z/h t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
2	0.429	0.646	0.817	0.922	0.972	0.985	0.972	0.922	0.817	0.646	0.429
6	0.429	0.553	0.664	0.752	0.808	0.827	0.808	0.752	0.664	0.553	0.429
10	0.429	0.511	0.586	0.645	0.683	0.696	0.683	0.645	0.586	0.511	0.429
14	0.429	0.484	0.534	0.574	0.599	0.608	0.599	0.574	0.534	0.484	0.429
18	0.429	0.466	0.499	0.526	0.543	0.549	0.543	0.526	0.499	0.466	0.429
22	0.429	0.454	0.476	0.494	0.505	0.509	0.505	0.494	0.476	0.454	0.429
26	0.429	0.445	0.460	0.472	0.480	0.483	0.480	0.472	0.460	0.445	0.429
30	0.429	0.440	0.450	0.458	0.463	0.465	0.463	0.458	0.450	0.440	0.429
34	0.429	0.436	0.443	0.448	0.452	0.453	0.452	0.448	0.443	0.436	0.429
38	0.429	0.434	0.438	0.442	0.444	0.445	0.444	0.442	0.438	0.434	0.429
42	0.429	0.432	0.435	0.437	0.439	0.440	0.439	0.437	0.435	0.432	0.429

Таблица 3.10 – Зависимость степени консолидации U от времени t при первом варианте дренирования и различных значениях $\frac{\pi^2}{h^2} c$

$\frac{\pi^2}{h^2} c$	t									
	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
0.075	0	0.296	0.477	0.586	0.669	0.737	0.789	0.832	0.866	0.892
0.1	0	0.374	0.552	0.668	0.755	0.818	0.865	0.899	0.925	0.945
0.15	0	0.473	0.668	0.789	0.865	0.913	0.945	0.964	0.977	0.986
0.2	0	0.550	0.755	0.864	0.924	0.958	0.977	0.987	0.993	0.996
0.25	0	0.614	0.817	0.912	0.958	0.980	0.991	0.995	0.997	0.999
0.3	0	0.665	0.865	0.945	0.977	0.990	0.995	0.999	1	1
0.35	0	0.712	0.900	0.965	0.987	0.995	0.999	1	1	1
0.4	0	0.751	0.925	0.977	0.992	0.998	0.999	1	1	1

Таблица 3.11 – Зависимость функции порового давления η от времени t и координаты z при втором варианте дренирования и $\frac{\pi^2}{h^2} c = 0.1$

$\frac{z}{h} \backslash t$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
4	0	0.110	0.207	0.283	0.337	0.368	0.386	0.394	0.398	0.399	0.400
14	0	0.060	0.117	0.170	0.218	0.259	0.293	0.319	0.337	0.348	0.352
24	0	0.044	0.087	0.128	0.165	0.198	0.226	0.249	0.265	0.275	0.279
34	0	0.034	0.067	0.099	0.128	0.154	0.176	0.194	0.207	0.215	0.218
44	0	0.027	0.052	0.077	0.100	0.120	0.137	0.151	0.161	0.167	0.170
54	0	0.021	0.041	0.060	0.078	0.093	0.107	0.118	0.126	0.130	0.132
64	0	0.016	0.032	0.047	0.060	0.073	0.083	0.092	0.098	0.102	0.103
74	0	0.013	0.025	0.036	0.047	0.057	0.065	0.071	0.076	0.079	0.080
84	0	0.010	0.019	0.028	0.037	0.044	0.051	0.056	0.059	0.062	0.062
94	0	0.008	0.015	0.022	0.029	0.034	0.039	0.043	0.046	0.048	0.049
104	0	0.006	0.012	0.017	0.022	0.027	0.031	0.034	0.036	0.037	0.038

Таблица 3.12 – Зависимость функции бокового распора ξ от времени t и координаты z при втором варианте дренирования и $\frac{\pi^2}{h^2} c = 0.1$

$\frac{z/h}{t}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
4	0.429	0.586	0.724	0.833	0.909	0.955	0.980	0.992	0.997	0.999	1.000
14	0.429	0.514	0.595	0.672	0.740	0.798	0.847	0.884	0.910	0.926	0.931
24	0.429	0.492	0.553	0.611	0.664	0.712	0.752	0.784	0.808	0.822	0.827
34	0.429	0.477	0.525	0.570	0.612	0.649	0.680	0.706	0.724	0.736	0.739
44	0.429	0.467	0.503	0.539	0.571	0.600	0.625	0.644	0.659	0.668	0.671
54	0.429	0.458	0.487	0.514	0.539	0.562	0.581	0.597	0.608	0.615	0.617
64	0.429	0.452	0.474	0.495	0.515	0.532	0.547	0.560	0.568	0.574	0.576
74	0.429	0.447	0.464	0.481	0.496	0.510	0.521	0.531	0.537	0.542	0.543
84	0.429	0.443	0.456	0.469	0.481	0.492	0.501	0.508	0.513	0.517	0.518
94	0.429	0.439	0.450	0.460	0.469	0.478	0.485	0.490	0.495	0.497	0.498
104	0.429	0.437	0.445	0.453	0.460	0.467	0.472	0.477	0.480	0.482	0.483

Таблица 3.13 – Зависимость степени консолидации U от времени t при втором варианте дренирования и различных значениях $\frac{\pi^2}{h^2} c$

$\frac{\pi^2}{h^2} c$	t										
	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
0.3	0	0.368	0.552	0.671	0.753	0.819	0.864	0.900	0.927	0.944	0.960
0.35	0	0.409	0.596	0.715	0.798	0.857	0.899	0.929	0.950	0.965	0.975
0.4	0	0.443	0.635	0.755	0.835	0.889	0.925	0.949	0.967	0.977	0.985
0.45	0	0.473	0.669	0.787	0.866	0.914	0.945	0.965	0.977	0.986	0.991
0.5	0	0.499	0.699	0.819	0.889	0.932	0.959	0.975	0.985	0.991	0.994
0.55	0	0.525	0.727	0.842	0.909	0.947	0.969	0.982	0.990	0.994	0.997
0.6	0	0.549	0.754	0.865	0.925	0.958	0.977	0.987	0.993	0.996	0.998
0.65	0	0.571	0.778	0.884	0.939	0.968	0.982	0.991	0.995	0.997	0.999
0.7	0	0.593	0.799	0.900	0.950	0.975	0.988	0.994	0.997	0.998	0.999

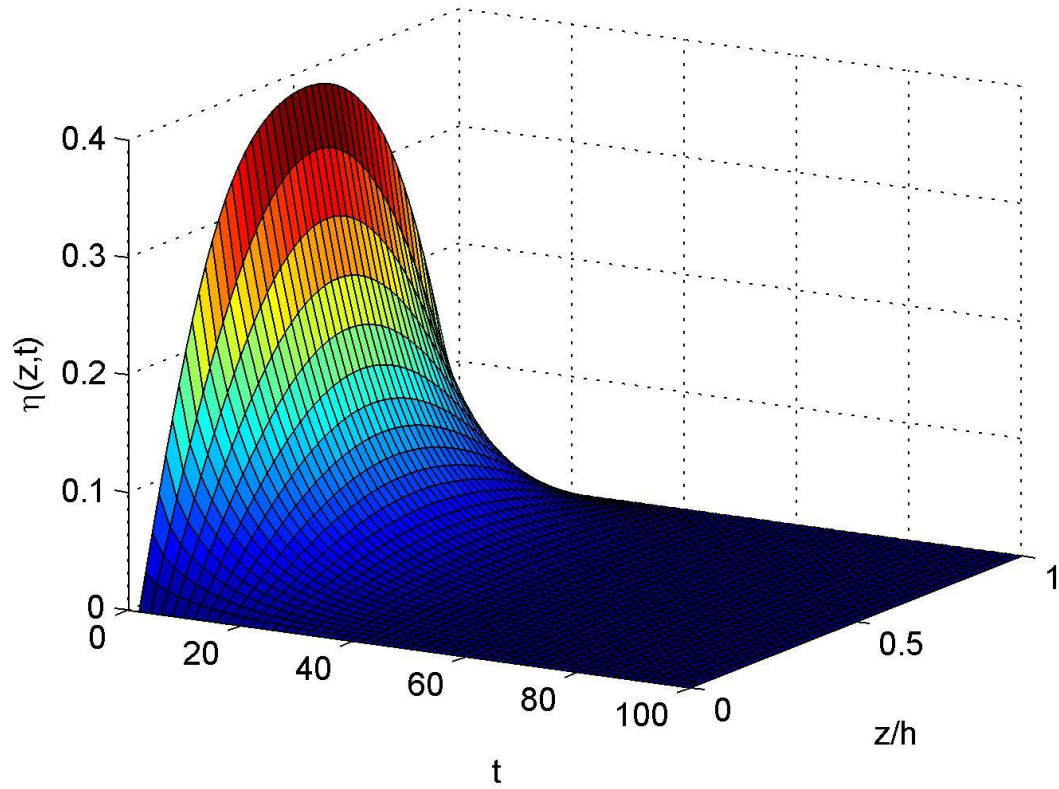


Рисунок 3.8 - Распределение функции порового давления для первого варианта дренирования

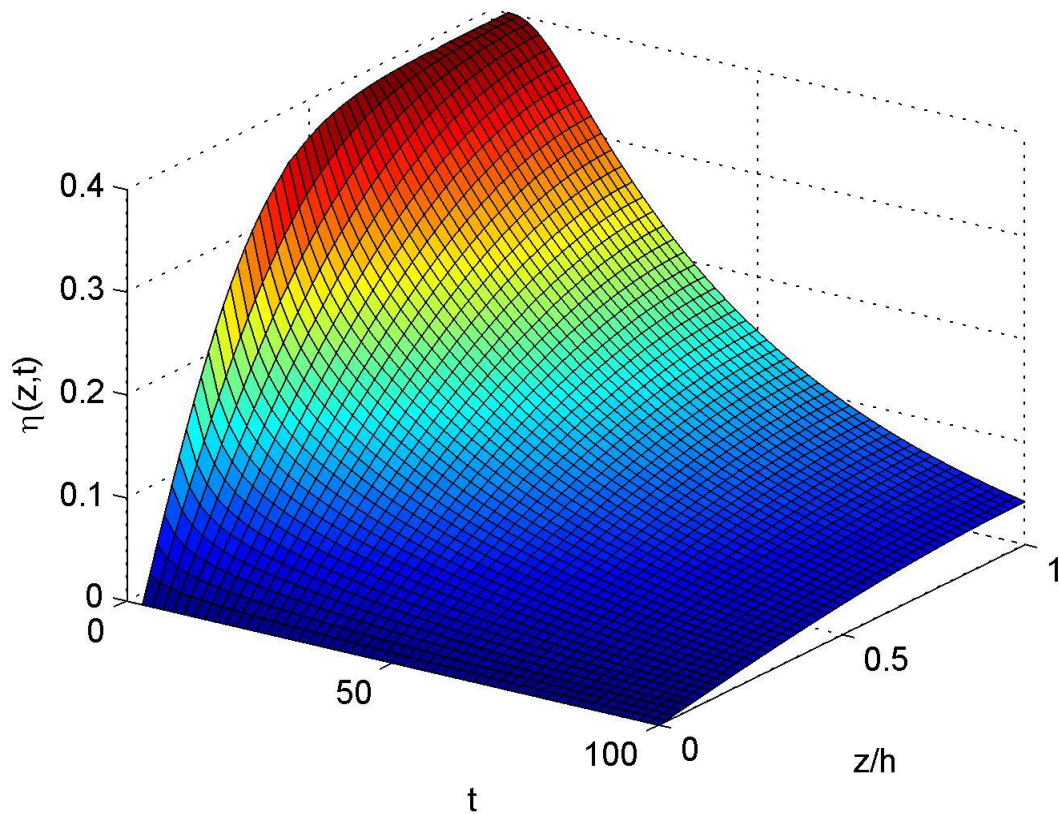


Рисунок 3.9 - Распределение функции порового давления для второго варианта дренирования

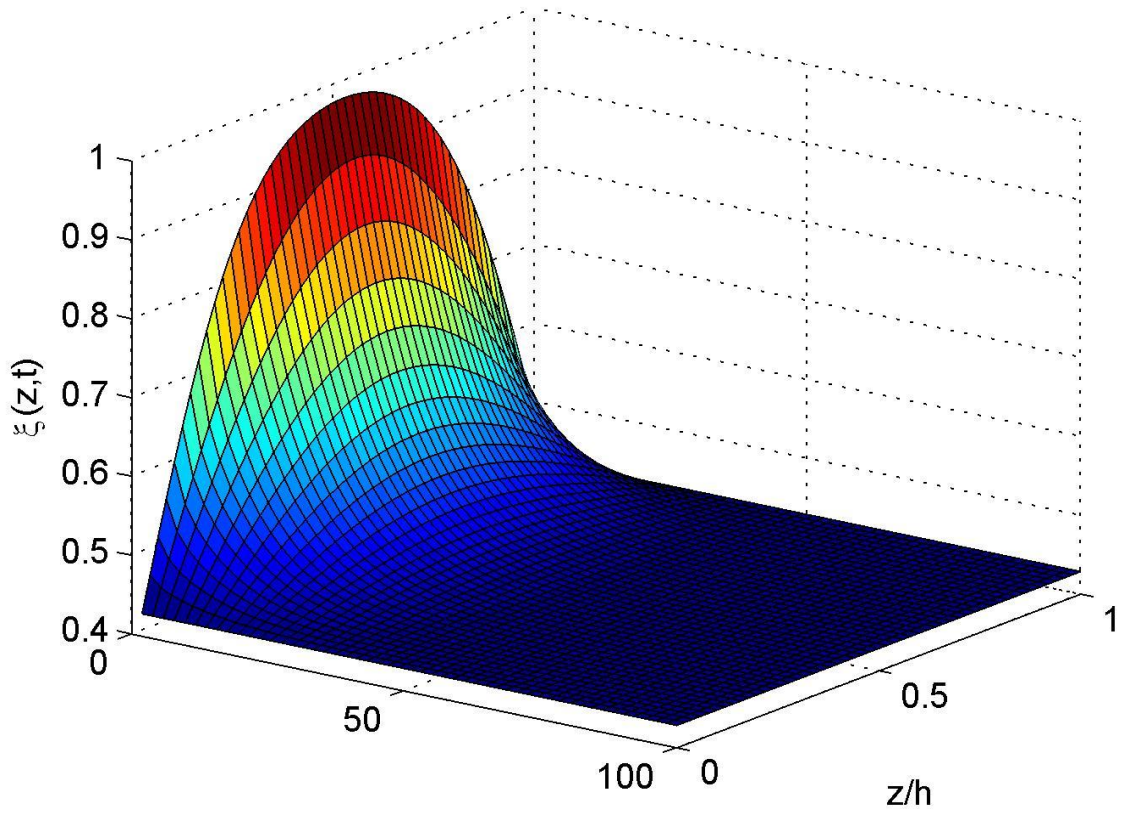


Рисунок 3.10 – Распределение функции бокового распора для первого варианта дренирования

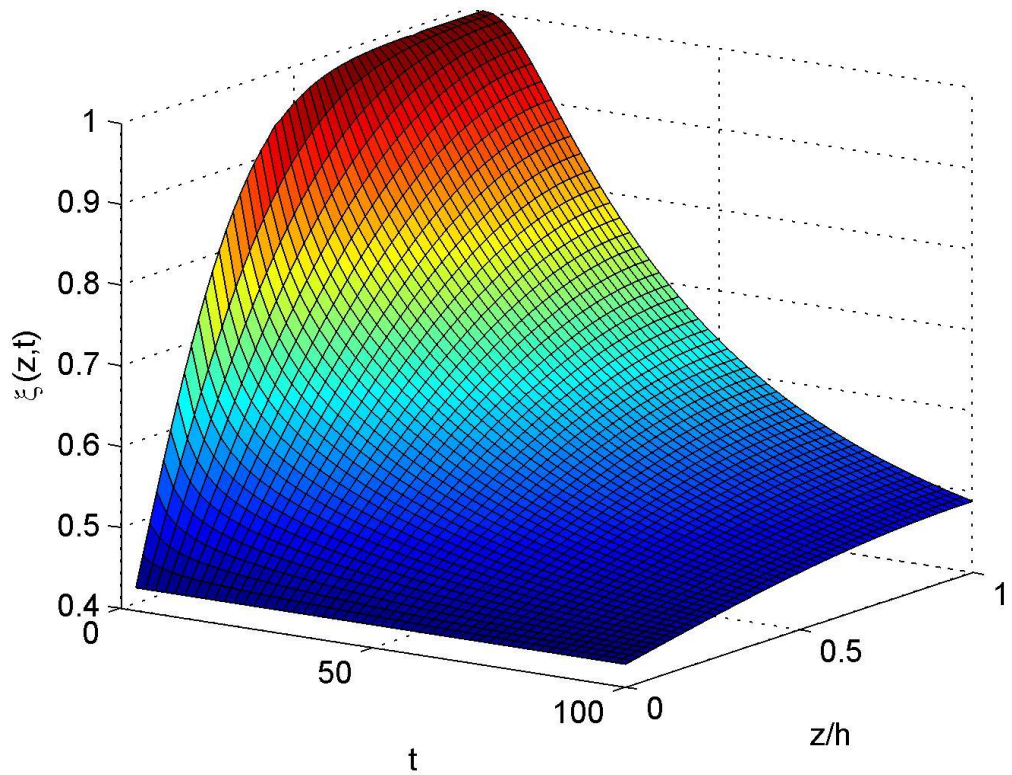


Рисунок 3.11 – Распределение функции бокового распора для второго варианта дренирования

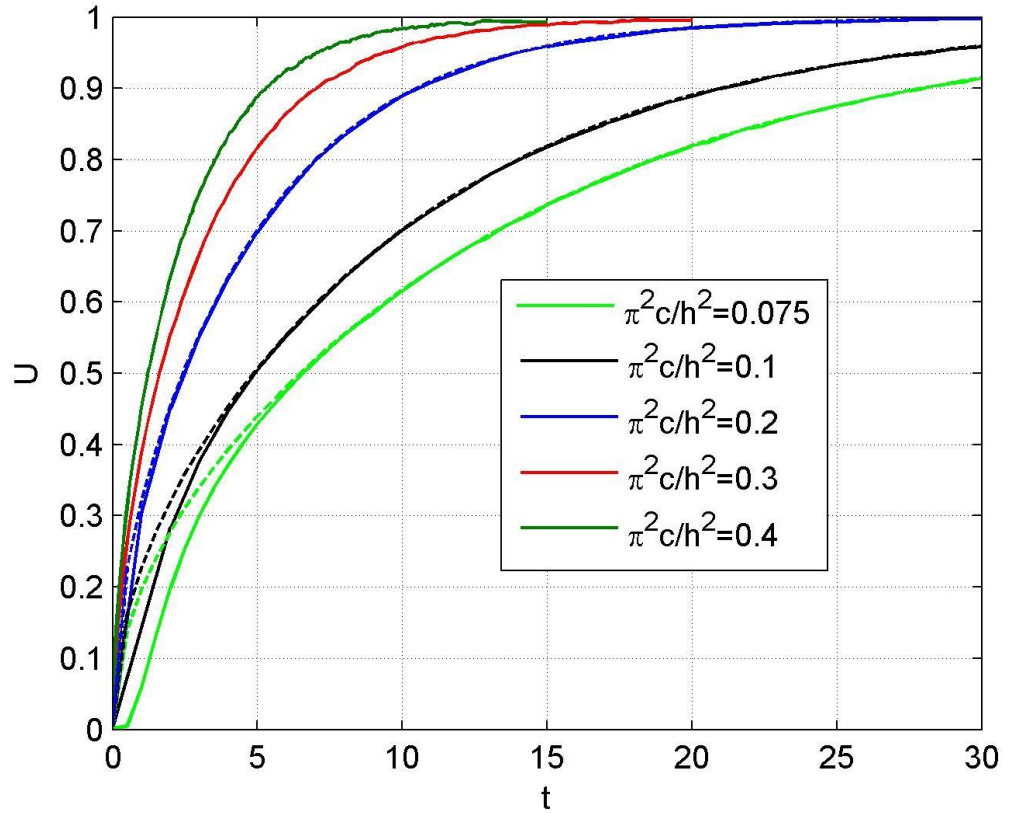


Рисунок 3.12 – Графики изменения степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести для первого варианта дренажирования

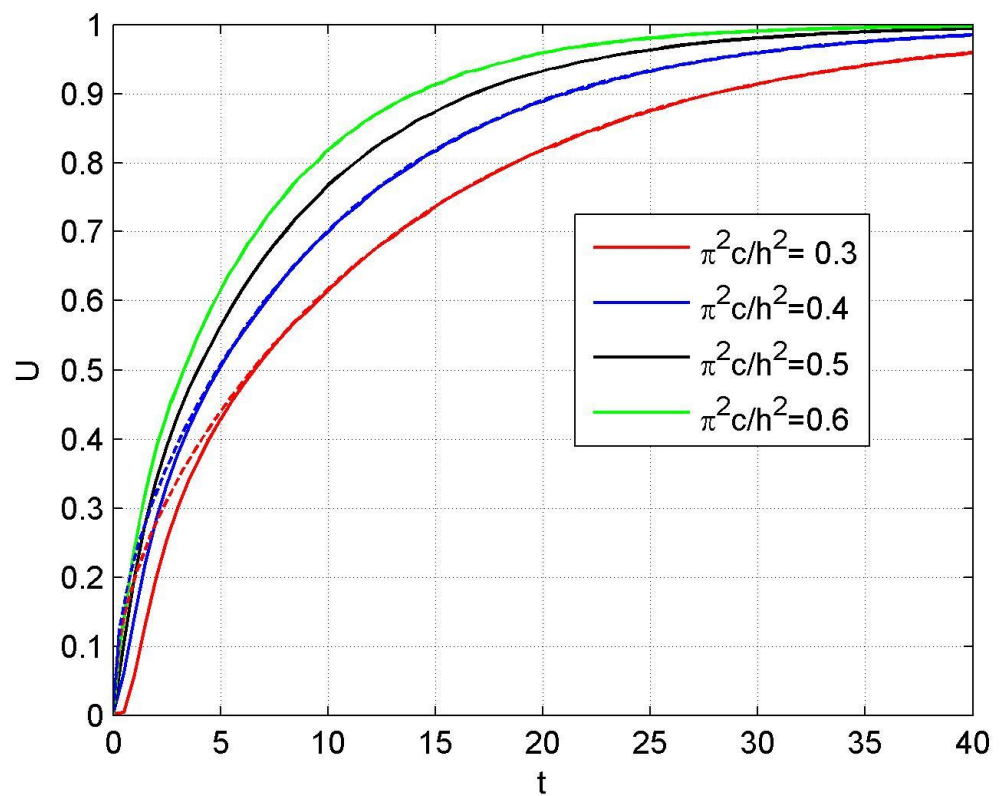


Рисунок 3.13 – Графики изменения степени консолидации слоя с учетом и без учета ползучести для второго варианта дренажирования

ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕПЛОВЛАГООБМЕНА

В настоящей главе выполнена математическая постановка задачи и получено решение для земляного полотна автомобильных дорог, находящегося под влиянием водно-теплого режима.

4.1 Водно-тепловой режим земляного полотна и дорожной одежды

Изучению свойств грунтов земляного полотна автомобильных дорог впервые в 1924 году были посвящены исследования профессора Дубелира Г.Д., которые проводились в Санкт-Петербургском автодорожном институте. Им была разработана методика изучения водного баланса грунтов и изменение состояния грунтов земляного полотна в зависимости от гидрологических и грунтовых условий и конструктивных особенностей поперечного профиля дороги. Эти исследования дали возможность качественно и количественно сформулировать основные процессы, происходящие в грунтах, т.е. водно-тепловой режим земляного полотна. Однако, следует указать, что исследования, проводимые на опытной дорожной станции ЛАДИ имели и недостатки, к которым следует отнести: отсутствие покрытия и автомобильного движения на опытной дороге, т.е. не учитывались эксплуатационные факторы, которые, естественно, влияют на водно-тепловой режим земляного полотна, заключается в том, что они являются началом научного подхода к решению этой сложной задачи. Результаты этих исследований изложены в работах Бельковского С.В. [37] и Пузакова Н.А. [86], опубликованных в 1935 году.

Исследованию водно-теплого режима грунтов земляного полотна посвящены работы Кудрявцева М.П. [67], в которых он предложил эмпирическую таблицу ведущих отметок возвышения бровки земляного полотна над поверхностью земли. Кудрявцев М.П. не дает научной методологии для определения возвышения бровки земляного полотна, однако это была первая попытка дать рекомендации по назначению высоты насыпи, которые нашли

отражение в технических условиях Гушосдора НКВД СССР, изданных в 1939 году.

Исследования по вопросам строительства устойчивого земляного полотна автомобильных дорог были начаты СоюзДорНИИ в 1936 г. и проводились на стационарных «пучинных станциях». Основным методом полевых исследований был принят стационарный метод наблюдений над распределением влажности, плотности грунтов земляного полотна, промерзанием, оттаиванием, пучением и осадкой насыпей разной высоты.

Общие выводы исследований, проведенных на пучинных станциях под руководством проф. Орнатского Н.В., Тулаева А.Я., Преферансовой Л.А. [89], а также исследований по уплотнению насыпи под руководством Иванова Н.Н. и Телегина М.Я. [60] легли в основу утвержденных в 1938 году Гушосдором технических условий на строительство автомобильных дорог и мостов, в котором указывалось, что земляное полотно должно быть построено таким образом «чтобы прочность и устойчивость его были обеспечены при всех условиях независимо от меняющегося в течении года температурного и водного режима».

Результаты исследований, проведенных ДорНИИ за период 1937-1940 г. г. и 1943-1945 г. г. изложены в работах Безрук В.М. [33], Орнатского Н.В. [81], Преферансовой Л.А. [85], Пузакова Н.А. [115], Швейковского Н.Т. [151], которые вошли в сборник статей под названием «Регулирование водного режима дорожных оснований», выпущенного в 1946 году под редакцией проф. Иванова Н.Н. В этом сборнике дан глубокий анализ всех работ, выполненных на «пучинных станциях», а также содержатся широко научные обобщения по водно-тепловому режиму грунтов земляного полотна и его регулированию.

На основании обобщения приведенных исследований проф. Пузаков Н.А., применяя общие законы физики и термодинамики, сформулировал основы метода количественного прогноза зимнего влагонакопления в грунтах [88] и обосновал способы его регулирования в различных условиях [87]. В частности, проф. Пузаков Н.А. указывает, что водный режим земляного полотна зависит от климатических условий, расположения грунтовых вод, рода и плотности грунта.

Однако, тип и форму покрытия он не учитывает. Местность по увлажнению и постоянно сырую. Для всех типов местности проф. Н. А. Пузаков разработал теорию влагонакопления, которая позже была проверена путем сопоставления фактического морозного пучения грунта и фактического влагонакопления в них с теоретическими вычисленными расчетными их величинами. Это позволило уточнить и дополнить теорию влагонакопления и дать более обоснованные расчетные значения параметров грунтов, необходимых для проектирования дорожных конструкций.

Проф. Орнатский Н.В. [81] выдвинул идею комплексного проектирования подстилающих слоев как аккумуляторов напорной влаги, выделяющейся из грунта земляного полотна при оттаивании и дал расчет толщины этого слоя; им же была развита методика определения толщины теплорегулирующих (шлаковых) подушек, впервые разработанная Шахунянцем Г.М. [149].

Из работ ученых железнодорожников, посвященных земляному полотну железных дорог, следует отнести работы Гольдштейна М.Н. [52], Шахунянца Г.М. [150] и другие. Хотя эти работы посвящены земляному полотну железных дорог отличному от автомобильных дорог, однако ряд вопросов представляет большой интерес для автодорожников и эти работы могут быть с успехом использованы ими. Особенно работы Гольдштейна М.Н. [52], который выдвинул гидратационную теорию пучения, а также на основании лабораторных исследований показал, что при влажности равной или близкой к нижнему пределу пластичности, льдовыделение не наступает и влажность грунта не увеличивается. При более высоких влажностях грунтах равных, примерно, нижнему пределу пластичности плюс четверть числа пластичности в линзы льда переходит относительно небольшое количество воды [52].

Пономарев В.Н. [83] сделал оценку эффективности противопучинных мероприятий (шлаковых и песчаных подушек, дренажа и др. по данным Пономарева В.П. накапливающаяся влага в пределах зоны промерзания распределяется по глубине следующим образом: «в верхнем слое мощностью $1/3$ расстояния от поверхности земляного полотна до глубины промерзания

влагонакопление составляет 50-60% от общей его величины; в средней трети зоны промерзания – 30%; в нижней трети – 10%. Соответственно и распределяется величина пучения».

Глубокие исследования водно-теплового режима земляного полотна и дорожных одежд проведены профессорами Пузаковым А.Н., Сиденко В.М., Золоторем И.А., Тулаевым А.Я., которые нашли отражение в работе [46]. Некоторые положения данной работы такие, как «Фазовые превращения воды в полотне и одеждах при водно-тепловом режиме земляного полотна» необходимые для раскрытия процесса промерзания грунтов земляного полотна и пучинообразования.

Значительный вклад по исследованию водно-теплового режима имеют работы профессоров Бируля А.К. [35], Сиденко В.М. [118-222], Носиче И.А., которые легли в основу районирования территории Украины, в полотне и слоях одежды подробно изложены в работе [46].

Профессор Сиденко В.М. [118, 120] разработал теорию влагонакопления в верхней части земляного полотна и динамику влажности в грунтовых основаниях дорожных одежд в степных районах УССР. Эти исследования позволили дать практические рекомендации рационального решения технических и экономических задач проектирования устойчивого земляного полотна в степных районах УССР [36].

Большая ценность в исследовании водно-теплового режима принадлежит проф. Бируля А.К. и проф. Сиденко В.М. [35] и Носич И.А. [79] установлено, что основным источником увлажнения грунтов земляного полотна для степных районов УССР является парообразное передвижение влаги. Носич И.А. экспериментально установил, что увлажнение грунта земляного полотна из кюветов идет интенсивно первые 5-10 суток, и, по его мнению, вода из кюветов почти не влияет на увлажнение грунтов земляного полотна под покрытием. Проф. Сиденко В.М. [118, 120] установил, что влажность грунта является основным показателем при назначении расчетной прочности грунтов.

На дорогах Северо-Европейской части СССР систематические наблюдения за водно-тепловым режимом и состоянием земляного полотна в различные периоды года выполняются Ленинградским филиалом ДорНИИ [114] и Архангельским лесотехническим институтом под руководством доцента Щелкунова В.В.

Закономерное изменение в течении времени влажности и температуры в приземном слое воздуха и в верхних слоях грунтов называют водно-тепловым режимом.

Водный режим местности можно характеризовать ее водным балансом, в котором сравнивается приход и расход влаги в тесной увязке с изменением температуры. Основные источники влаги показаны на рисунке 4.1, которые могут быть в жидком и твердом виде. В последующем они образуют поверхностный сток, а часть их просачивается в грунт и пополняет запасы грунтовой воды, а часть осадков испаряется.

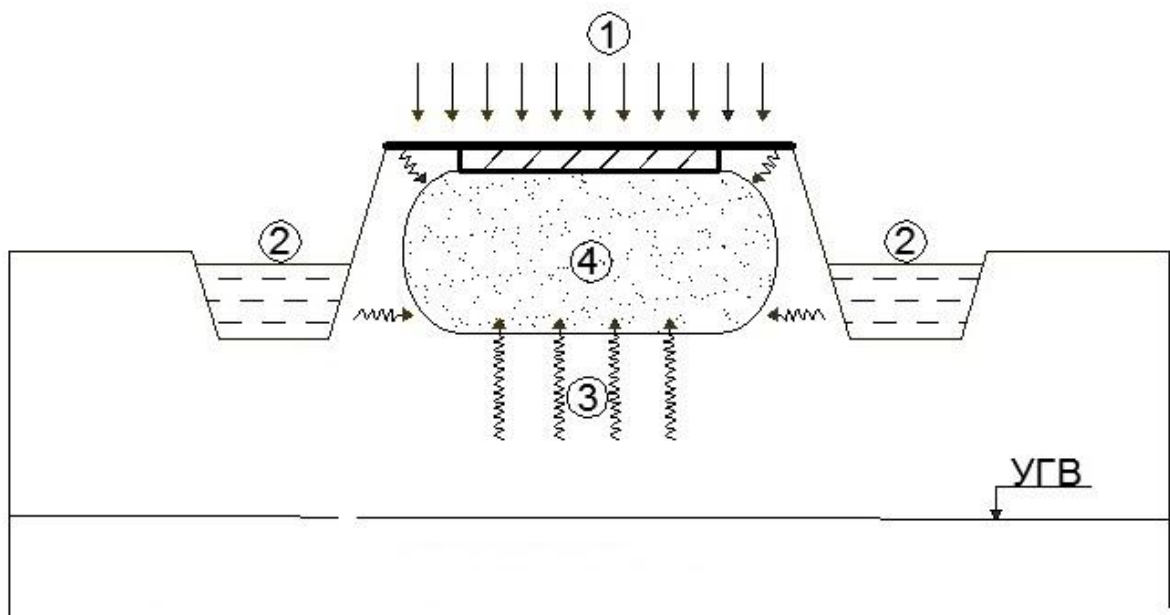


Рисунок 4.1 – Увлажнение грунтов земляного полотна:

- 1 – атмосферные осадки; 2 - поверхностная вода (вода в боковых канавах);
3 – капиллярная вода от уровня грунтовых вод; 4 – парообразная вода.

Изменения температуры воздуха существенно влияют на режим влажности грунта земляного полотна. Тепловой поток происходит: летом сверху вниз,

осенью – снизу вверх, зимой – снизу вверх, а весной – сверху и снизу. Сезонное направление тепловых потоков показано на рисунке 4.2.

Изменение водно-тепловых процессов в земляном полотне автомобильных дорог происходит в течение года. При этом можно выделить пять периодов [32]:

1. Накопительный – осеннее насыщение влагой грунта земляного полотна, вследствие уменьшения испарения поверхностных вод (атмосферные осадки). В этот период влажность грунта составляет $W_{oc} \leq (70 \div 75 \%) W_T$, где W_T – предел текучести грунта.

2. Зимнее накопление – происходит в процессе промерзания грунта. Накопленная влага в течении накопительного периода при промерзании грунта перераспределяется. Перераспределение влаги происходит в результате действия сил кристаллизации и наличия температурных градиентов в земляном полотне. В этот период влажность грунта земляного полотна повышается и составляет примерно $W_3 = (85 \div 95 \%) W_T$.

3. В третьем периоде происходит вымерзание влаги, который связан не только с погодными условиями, но и с наличием снега на обочинах и откосах дороги. В этот период влажность грунта земляного полотна находится в состоянии равновесия.

4. Период насыщения – влажность грунта земляного полотна резко увеличивается за счет влаги поступающей с поверхности земляного полотна (атмосферные осадки) а также и оттаивания его как сверху, так и снизу. Влажность грунта $W \geq (85 \div 95 \%) W_T$.

5. Период восстановления летнего водно-теплового режима.

Таким образом, влажность грунта в верхней части земляного полотна изменяется в соответствии с синусоидой среднегодового цикла. Рассмотренная в общем виде закономерность изменения влажности относится лишь к верхней части земляного полотна глубиной до $(2.5 \div 3) D$ от поверхности проезжей части (D – диаметр круга равновеликого по площади отпечатку следа колеса).

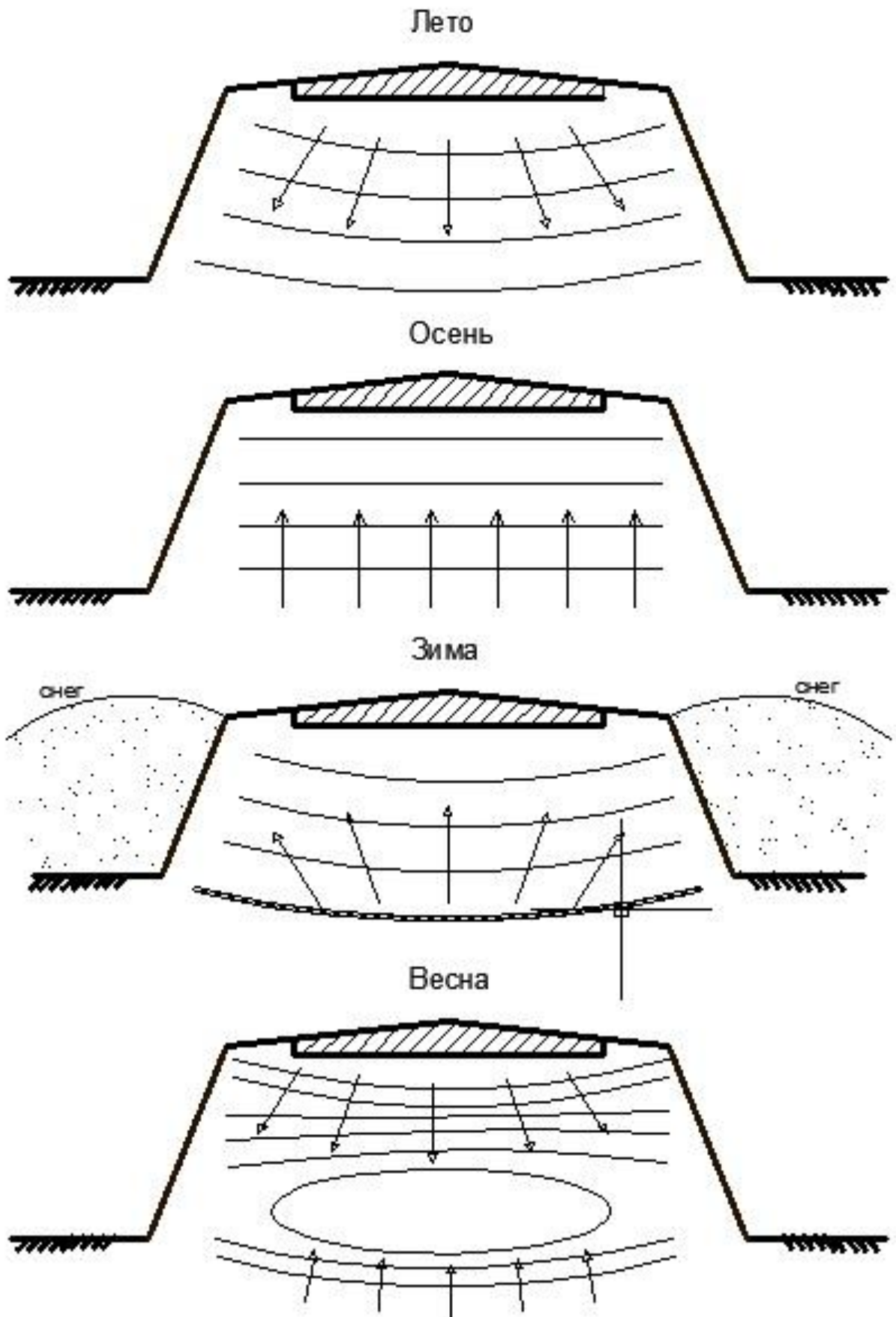


Рисунок 4.2 – Направление потока тепла в земляном полотне

Поскольку теплообмен влияет на влагообмен, а последний в свою очередь изменяет теплосодержание, то перенос тепла и влаги в слоях земляного полотна и дорожных одежд в работе [69] рассматривают комплексно в виде системы связанных дифференциальных уравнений применительно к трем расчетным схемам [20].

1-я расчетная схема водно-теплого режима. В порах грунта содержится вода в парообразном состоянии и миграция влаги происходит в однофазном состоянии: $0 < W < W_{MG}$, $T > T_L$ (где W_{MG} - максимальная гигроскопическая влажность грунта, T_L - температура льдообразования).

Система дифференциальных уравнений диффузии тепла и водяного пара имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{C\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\rho_{II} e P_H}{Cb} \cdot \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{b}{e\delta P_H} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{II} \frac{P_H}{b} \cdot \frac{\partial W}{\partial z} + \lambda_{II} \frac{b_{II}}{e} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (4.2)$$

Если теплофизические характеристики считать постоянными, то система уравнений принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\rho_{II} e P_H}{Cb} \cdot \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = a_{II} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{a_{II} b_{II} b}{e P_H} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (4.4)$$

2-я расчетная схема водно-теплого режима. В порах грунта содержится вода в парообразном и жидком состояниях и миграция влаги происходит в двухфазном состоянии: $W_{MG} \leq W < W_{ПВ}$, $T > T_L$ (где $W_{ПВ}$ - полная влажность грунта).

Имеем следующую систему связанных уравнений миграции тепла и влаги:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{C\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\varphi_{II}}{C} \cdot \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{1-\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(a_{ж} \frac{\partial W_{ж}}{\partial z} + a_{ж} b_{ж} \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (4.6)$$

Для зонального расчета система уравнений примет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon \rho_{\Pi}}{C} \cdot \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = a'_{ж} \frac{\partial^2 W_{ж}}{\partial z^2} + a'_{ж} b_{ж} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (4.8)$$

3-я расчетная схема водно-теплового режима. В порах грунта содержится вода в парообразном, жидком и твердом состояниях и миграция влаги происходит в форме насыщенного пара и незамерзшей для данной температуры влаги:

$$W_{МГ} \leq W < W_{ПВ}, \quad T < T_{Л}.$$

Систему уравнений миграции тепла и влаги приведем только для мерзлой зоны:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{C_M \delta} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_M \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\varepsilon \rho_{\Pi}}{C_M} \cdot \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\varepsilon_1 \rho_H}{C_M} \cdot \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{1-\varepsilon-\varepsilon_1} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(a_H \frac{\partial W_H}{\partial z} + a_H b_H \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (4.10)$$

При зональном расчете:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_M \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{C_M} (\varepsilon \rho_{\Pi} + \varepsilon_1 \rho_H) \frac{\partial W}{\partial t}; \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = a'_H \frac{\partial^2 W_H}{\partial z^2} + a'_H b_H \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (4.12)$$

В уравнениях (4.1) - (4.12):

C - теплоемкость; δ - объемный вес скелета; λ - коэффициент теплопроводности; ε - критерий фазового перехода парообразной влаги в жидкообразную; ε_1 - критерий фазового перехода влаги в лед; ρ_{Π} - теплота конденсации; ρ_H - теплота кристаллизации; a_H - коэффициент влагопроводности

незамерзшей влаги; W_H - незамерзшая влага; b_H - термоградиентный коэффициент при миграции незамерзшей влаги; a'_H - коэффициент влагопроводности незамерзшей влаг, равный

$$a'_H = \frac{a_H}{1 - \varepsilon - \varepsilon_1}.$$

Первоочередной интерес представляет изучение процессов тепло- и влагообмена земляного полотна и дорожной одежды в периоды промерзания и оттаивания. Кроме того, дорожная одежда современных автомобильных дорог представляет собой слоистую систему. Так как в каждом слое слоистой системы тепловлагообмен происходит по одной из расчетных схем, то система дифференциальных уравнений для слоистой системы записывается путем сочетание систем дифференциальных уравнений различных расчетных схем [46, 69].

Известные типы местности по увлажнению характерны для местности с ненарушенным естественным залеганием грунтов. Водно-тепловой режим земляного полотна отличается от водно-теплого режима местности. Для ограничения влияния окружающей местности на водно-тепловой режим земляного полотна применяются специальные инженерные решения, регулирующие этот режим и тем самым обеспечивающие прочность дорожной конструкции в целом независимо от времени года, т.е. обеспечивает выполнение основного принципа проектирования земляного полотна: «обеспечение неизменяемости параметров, устойчивости и прочности земляного полотна и дорожной одежды, и в целом дорожной конструкции в течении всего срока эксплуатации дороги, независимо от изменения погодно-климатических условий местности».

4.2 Деформации земляного полотна автомобильных дорог

Напряженно-деформированное состояние земляного полотна и дорожной одежды существенно зависит от сезонных изменений температуры и влажности, которые в верхних слоях грунтовой толщи достигают значительной величины [19, 20].

В зимне-весенний период грунты земляного полотна и дорожной одежды подвергаются промерзанию и оттаиванию, а после схода снегового покрова - попеременному высыханию и увлажнению в результате выпадения атмосферных осадков.

Тесная связь между температурой и влажностью грунтов при изучении напряженно-деформированного состояния земляного полотна и дорожной одежды в процессе тепловлагообмена объединена понятием - водно-тепловой режим грунта.

В научно-технической литературе имеются закономерности сезонного качественного и количественного изменения основных физико-механических свойств грунтов земляного полотна автомобильных дорог.

Следует отметить, что водно-тепловой режим, как физическое воздействие, является не только причиной изменения свойств грунтов земляного полотна и дорожной одежды, но для некоторых видов грунтов может являться и причиной существенных вынужденных деформаций.

Таким образом, решение задачи определения напряженно-деформированного состояния земляного полотна и дорожной одежды под воздействием вынужденных деформаций ε_g , вызванных водно-тепловым режимом грунта, является актуальным.

На достаточно длинных участках автомобильных дорог с продольной осью OZ при действии вынужденных деформаций $\varepsilon_g(x, y, t)$ возникает плоское деформированное состояние. В таком случае для перемещений имеем [41]

$$\left. \begin{aligned} u &= u(x, y, t); \\ v &= v(x, y, t); \\ w &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Тогда по соотношениям Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0. \quad (4.15)$$

Ползучесть многих материалов, особенно волокнистых, заметно изменяется уже в пределах комнатных температур и, кроме того, зависит от влажности, которая может быть связана с температурой.

Вместе с тем небольшие изменения температуры, вызывающие в статически неопределимых системах заметные температурные напряжения, в ряде материалов мало изменяют их механические свойства. В этих случаях температуру можно рассматривать лишь как причину вынужденных деформаций и решать задачу об изменении во времени, как обычную задачу ползучести при заданных не зависящих от температуры свойствах материала. Такая постановка задачи пригодна для расчета бетонных и железобетонных сооружений при обычных климатических колебаниях температуры. В других случаях необходимо учитывать влияние изменений температуры на характеристики ползучести материала. Во многих случаях температура существенно влияет на характер и интенсивность ползучести материала. При больших изменениях температуры в процессе деформирования материала мгновенный модуль упругости и ядро наследственной зависимости деформаций от напряжений следует считать функциями температуры материала.

Если учесть, что разбухание материала при увлажнении можно уподобить температурному расширению, то получим полную аналогию между температурной и влажностной задачей ползучести. Эта аналогия не исключает, конечно, различия в аналитических зависимостях, выражающих влияния температуры и влажности.

В отличие от температуры влажность ограничена сверху, так как не может быть больше единицы (100%). Нулевое значение влажности соответствует абсолютно сухому материалу, в котором явления ползучести бывают выражены в очень слабой форме. Часто можно принять, что абсолютно сухой материал совершенно лишен свойств ползучести.

На основании результатов многочисленных экспериментальных исследований грунты, поставленные в указанные условия работы, подчиняются закономерностям деформирования линейной наследственной теории ползучести и для многих грунтов при уплотняющих давлениях до 3 кг/см² соблюдается постоянство во времени коэффициента Пуассона [146], в данной работе принимаем, что грунты земляного полотна и дорожной одежды подчиняются линейно-наследственным уравнениям ползучести и условиям квазиупругости.

В данном случае дифференциальные уравнения равновесия (2.6) считая объемные силы равными нулю и учитывая условия плоского деформированного состояния принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2+2\mu}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial x} &= 0; \\ \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2+2\mu}{1-2\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon_\varepsilon}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Уравнения деформирования (2.7) в решенном относительно напряжений виде при инвариантности во времени с учетом условий плоского деформированного состояния выглядят:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-2\mu^2-\mu} \left[(1-\mu)S(\varepsilon_x) + \mu S(\varepsilon_y) - (1+\mu)S(\varepsilon_\varepsilon) \right]; \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-2\mu^2-\mu} \left[(1-\mu)S(\varepsilon_y) + \mu S(\varepsilon_x) - (1+\mu)S(\varepsilon_\varepsilon) \right]; \\ \sigma_z &= \mu(\sigma_x + \sigma_y) - ES(\varepsilon_\varepsilon); \\ \tau_{xy} &= GS(\gamma_{xy}). \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

где S - оператор, имеющий вид:

$$S(\varepsilon) = \varepsilon(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau)R(t-\tau)d\tau,$$

где $R(t-\tau)$ - резольвента ядра уравнения ползучести $K(t-\tau)$.

Неизвестными принимаем перемещения и решаем задачу в перемещениях.

Частное решение системы дифференциальных уравнений равновесия (4.16) будем искать по формулам

$$u^{(\varepsilon_s)} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad v^{(\varepsilon_s)} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (4.18)$$

где функцию Φ по аналогии с задачей термоупругости назовем термовлагоупругим потенциалом перемещений.

Подставив эти выражения в (4.16), получим

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_s. \quad (4.19)$$

По соотношениям Коши (4.14) с учетом (4.18) для деформаций получим

$$\varepsilon_x^{(\varepsilon_s)} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y^{(\varepsilon_s)} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy}^{(\varepsilon_s)} = 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}. \quad (4.20)$$

Тогда согласно соотношениям (4.17) для напряжений имеем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(\varepsilon_s)} &= \frac{E}{1-2\mu^2-\mu} \left[(1-\mu)S\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right) + \mu S\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\right) - (1+\mu)S(\varepsilon_s) \right]; \\ \sigma_y^{(\varepsilon_s)} &= \frac{E}{1-2\mu^2-\mu} \left[(1-\mu)S\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\right) + \mu S\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right) - (1+\mu)S(\varepsilon_s) \right]; \\ \sigma_z^{(\varepsilon_s)} &= \mu(\sigma_x + \sigma_y) - ES(\varepsilon_s); \\ \tau_{xy}^{(\varepsilon_s)} &= 2GS\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\right). \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

Таким образом, находя из выражения (4.19) термовлагоупругий потенциал перемещений Φ , для определения перемещений, деформаций и напряжений требуется простое дифференцирование и интегрирование формул (4.18), (4.20) и (4.21).

Напряжения (4.21) в общем случае не будут удовлетворять однородным граничным условиям, так как они получены с помощью термовлаگوупругого потенциала перемещений, который дает лишь частное решение системы (4.16).

Для того, чтобы граница была свободна от внешних воздействий, необходимо добавить такое решение уравнений теории ползучести, которое на поверхности тела будет давать значения напряжений, равные по величине и противоположные по знаку тем, которые следуют из равенств (4.21).

Для квазиупругого тела с постоянным коэффициентом Пуассона, находившегося до начала загрузки в естественном состоянии, при отсутствии объемных сил и при граничных условиях, заданных в напряжениях, изменяющихся на поверхности тела по одному и тому же закону во времени, напряжения внутри тела изменяются во времени по тому же закону, что и напряжения на поверхности [99]. В таком случае дополнительная задача теории ползучести может решаться методами теории упругости при помощи функции Эри по формулам

$$\sigma_x^{(p)} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y^{(p)} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy}^{(p)} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \quad (4.22)$$

где φ - бигармоническая функция.

Для окончательного решения задачи остается определить поле вынужденных деформаций, вызванных водно-тепловым режимом.

На влажность верхней части земляного полотна существенное влияние оказывают тип покрытия и общая толщина дорожной одежды. С ее увеличением уменьшаются пределы колебания влажности и модуля упругости грунтов.

Как было отмечено ранее, изменения влажности грунта в верхней части земляного полотна можно описать синусоидальным законом среднегодового цикла

$$W(t) = W_o + A \sin(\omega t + \varphi), \quad (4.23)$$

где: W_o - начальная влажность осеннего периода увлажнения;

A - амплитуда колебаний влажности;

$\omega t + \varphi$ - фаза колебаний влажности;

ω - частота изменений влажности;

φ - начальная фаза колебания влажности.

Период колебаний влажности $\frac{2\pi}{\omega} = T$ примем 360 дней, начальная фаза

колебания влажности $\varphi = 0 \div 2\pi$. Амплитуда влажности $A = \frac{W_{\max} - W_{\min}}{2}$ и

начальная влажность осеннего периода увлажнения $W_o = \frac{W_{\max} + W_{\min}}{2}$.

При начальной фазе колебаний влажности $\varphi = 0$ графики изменения влажности выглядят следующим образом (рисунок 4.3):

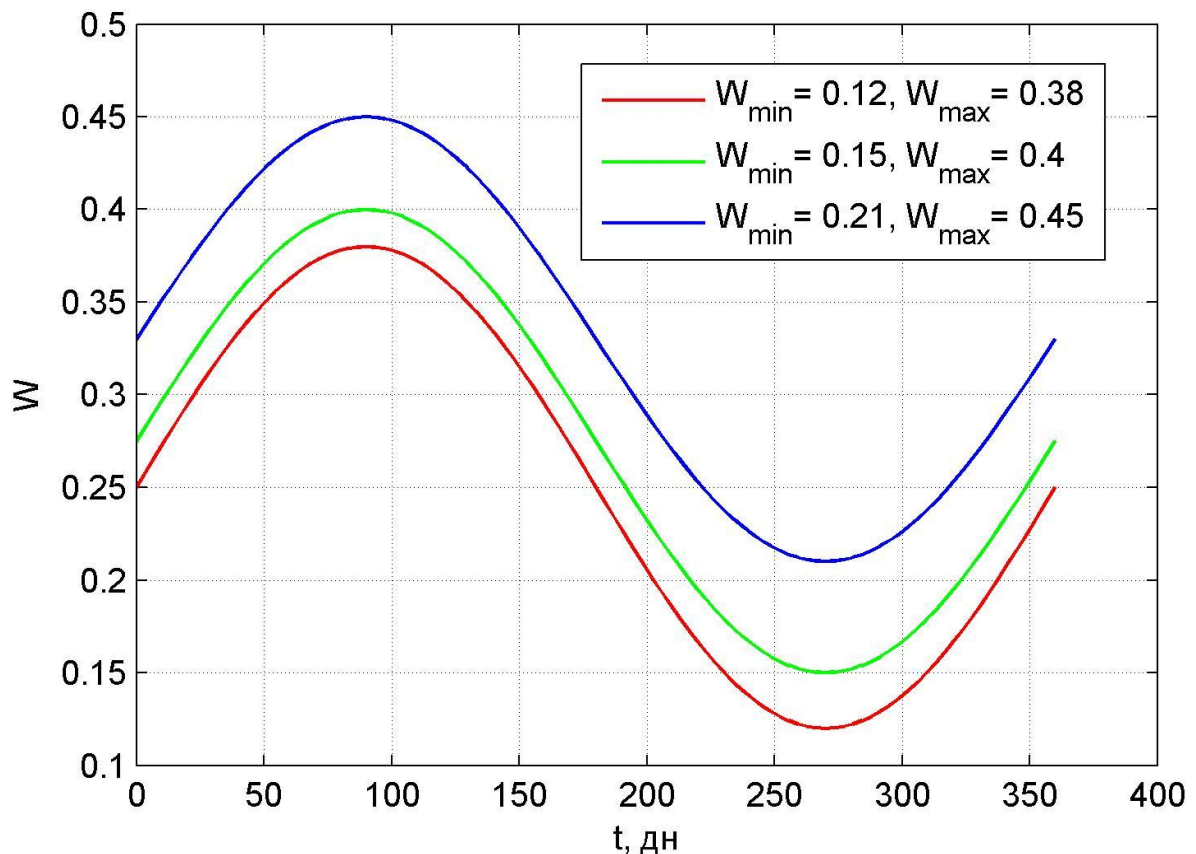


Рисунок 4.3 – Изменения влажности грунта в верхней части земляного полотна

Тогда вынужденные деформации в верхней части земляного полотна можно определить по выражению

$$\varepsilon_\delta(t) = \beta \Delta W(t), \quad (4.24)$$

где β - коэффициент влажностного набухания грунта или усадки набухающих грунтов при высыхании.

По формулам (4.19) и (4.24) запишем уравнение для термовлагоупругого потенциала перемещений

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\delta = \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t). \quad (4.25)$$

Частное решение данного уравнения имеет вид

$$\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\delta (x^2 + y^2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t) (x^2 + y^2). \quad (4.26)$$

Дифференцируя это уравнение, по формулам (4.18), (4.20) и (4.21) имеем

$$\left. \begin{aligned} u^{(\varepsilon_\delta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\delta x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t) x; \\ v^{(\varepsilon_\delta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\delta y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t) y. \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x^{(\varepsilon_\delta)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_\delta)} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \varepsilon_\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(t); \\ \gamma_{xy}^{(\varepsilon_\delta)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(\varepsilon_\delta)} = \sigma_y^{(\varepsilon_\delta)} &= -\frac{E}{2(1-\mu)} S(\varepsilon_\delta) = -\frac{E}{2(1-\mu)} \left[\varepsilon_\delta(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_\delta(\tau) R(t-\tau) d\tau \right]; \\ \sigma_z^{(\varepsilon_\delta)} &= -\frac{E}{1-\mu} S(\varepsilon_\delta) = -\frac{E}{1-\mu} \left[\varepsilon_\delta(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_\delta(\tau) R(t-\tau) d\tau \right]; \\ \tau_{xy}^{(\varepsilon_\delta)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

Согласно выражениям (4.28) и (4.29) ползучесть не сказывается на величине и характере протекания деформации грунта, а влияет на напряженное состояние. Данное положение соответствует доказанной Арутюняном Н.Х. теореме, что если напряженное состояние тела вызвано его вынужденными деформациями, а

граница свободна от действия внешних нагрузок или жестко закреплена, то при постоянстве во времени коэффициента Пуассона полные деформации в рассматриваемом теле тождественно совпадают с деформациями упругомгновенной задачи, т.е.

$$\varepsilon_{ij}(t) = \varepsilon_{ij}^y(t), \quad (4.30)$$

а напряжения связаны соотношениями

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ij}^y(t) - \int_{t_0}^t \sigma_{ij}^y(\tau) \frac{E(t)}{E(\tau)} R(t-\tau) d\tau. \quad (4.31)$$

Поэтому, решение (4.29) и решение дополнительной задачи, необходимое для удовлетворения однородных граничных условий исходной задачи, сводятся к нахождению решений соответствующих упругомгновенных задач. Кроме того, выражение (4.31) позволяет получить напряжения с учетом переменности во времени модуля упругости.

Так как верхняя часть земляного полотна находится не в стесненных условиях и вынужденные деформации в ней являются функцией только параметра времени, то напряжения в данных условиях имеют тривиальное решение.

Полученное для деформаций решение (4.28) позволяет определить их в верхней части земляного полотна при колебаниях влажности для любого промежутка времени.

Дифференцируя функцию влажности (4.23) имеем

$$\frac{dW(t)}{dt} = A\omega \text{Cos}(\omega t + \varphi), \quad (4.32)$$

Следовательно, на участках интервала $t = 0 \div T$, где $\text{Cos}(\omega t + \varphi) > 0$, функция влажности $W(t)$ возрастает, а на участках, где $\text{Cos}(\omega t + \varphi) < 0$ она убывает. В точках $t = t_0$, где производная меняет знак с «плюса» на «минус», функция влажности достигает максимума, а с «минуса» на «плюс» - минимума.

На участках, где функция влажности $W(t)$ возрастает, деформации определяются по выражениям:

на участке с началом в $t = 0$

$$\varepsilon_x^{(\varepsilon_e)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_e)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta_{sw} [W_o + A \sin(\omega t + \varphi) - W(0)] \quad (4.33)$$

на участках с началом в $t = t_0$

$$\varepsilon_x^{(\varepsilon_e)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_e)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta_{sw} [W_o + A \sin(\omega t + \varphi) - W_{\min}] \quad (4.34)$$

На участках, где функция влажности $W(t)$ убывает, деформации определяются по выражениям:

на участке с началом в $t = 0$

$$\varepsilon_x^{(\varepsilon_e)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_e)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta_{sh} [W_o + A \sin(\omega t + \varphi) - W(0)] \quad (4.35)$$

на участках с началом в $t = t_0$

$$\varepsilon_x^{(\varepsilon_e)} = \varepsilon_y^{(\varepsilon_e)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta_{sh} [W_o + A \sin(\omega t + \varphi) - W_{\max}] \quad (4.36)$$

График изменения влажностных деформаций на каждом участке начинается с нулевого значения и его характер будет соответствовать характеру на графике для влажности, но с разрывами в точках $t = t_0$.

Для выполнения расчетов при различных значениях исходных данных по полученному решению составлена блок-схема и программа для среды matlab с использованием встроенных функций, реализующих численные методы (решение системы уравнений, численное интегрирование, работа с матрицами и т. д.) (приложение 4).

Численный счет был выполнен при следующих значениях исходных данных:

$$\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} - \text{начальная фаза колебания влажности;}$$

$$W_{\min} = 0.12; 0.15; 0.21 - \text{минимальные значения влажности грунта;}$$

$W_{\max} = 0.38; 0.4; 0.45$ - соответствующие максимальные значения влажности грунта;

$\beta_{sw} = 1,15$ - коэффициент влажностного набухания грунта;

$\beta_{sh} = 0,45$ - коэффициент усадки набухающих грунтов при высыхании.

$\mu = 0.3$ - коэффициент поперечного линейного расширения (коэффициент Пуассона).

По полученным данным составлены таблицы 4.1, 4.2 и 4.3 и построены графики изменения деформаций в верхней части земляного полотна (рисунок 4.4).

Для описания сложных колебаний влажности грунта в верхней части земляного полотна можно применить функцию тригонометрического ряда Фурье.

При более точном подходе к определению поля вынужденных деформаций, связанных с процессом тепловлагообмена в земляном полотне и дорожной одежде, следует использовать приведенную в работе [69] систему связанных дифференциальных уравнений миграции тепла и влаги по 2-й или 3-й расчетной схеме водно-теплого режима [20].

Таблица 4.1 – Изменение деформаций в зависимости от времени и начальной фазы колебаний при $W_{\min} = 0.12, W_{\max} = 0.38$

t , дн	0	45	90	135	180	225	270	315	360	
ε	$\varphi = 0$	0	0.0982	0.1388	-0.0159	-0.0543	-0.0927	-0.1086	0.0407	0.1388
	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	0	-0.0159	-0.0543	-0.0927	-0.1086	0.0407	0.1388	0.237	0.2776
	$\varphi = \pi$	0	-0.0384	-0.0543	0.0407	0.1388	0.237	0.2776	-0.0159	-0.0543
	$\varphi = \frac{3\pi}{2}$	0	0.0407	0.1388	0.237	0.2776	-0.0159	-0.0543	-0.0927	-0.1086

Таблица 4.2 – Изменение деформаций в зависимости от времени и начальной фазы колебаний при $W_{\min} = 0.15, W_{\max} = 0.4$

t , дн	0	45	90	135	180	225	270	315	360	
ε	$\varphi = 0$	0	0.0944	0.1335	-0.0153	-0.0522	-0.0892	-0.1045	0.0391	0.1335
	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	0	-0.0153	-0.0522	-0.0892	-0.1045	0.0391	0.1335	0.2279	0.267
	$\varphi = \pi$	0	-0.0369	-0.0522	0.0391	0.1335	0.2279	0.267	-0.0153	-0.0522
	$\varphi = \frac{3\pi}{2}$	0	0.0391	0.1335	0.2279	0.267	-0.0153	-0.0522	-0.0892	-0.1045

Таблица 4.3 – Изменение деформаций в зависимости от времени и начальной фазы колебаний при $W_{min} = 0.21, W_{max} = 0.45$

t , дн	0	45	90	135	180	225	270	315	360	
ε	$\varphi = 0$	0	0.0906	0.1281	-0.0147	-0.0501	-0.0856	-0.1003	0.0375	0.1281
	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	0	-0.0147	-0.0501	-0.0856	-0.1003	0.0375	0.1281	0.2188	0.2563
	$\varphi = \pi$	0	-0.0355	-0.0501	0.0375	0.1281	0.2188	0.2563	-0.0147	-0.0501
	$\varphi = \frac{3\pi}{2}$	0	0.0375	0.1281	0.2188	0.2563	-0.0147	-0.0501	-0.0856	-0.1003

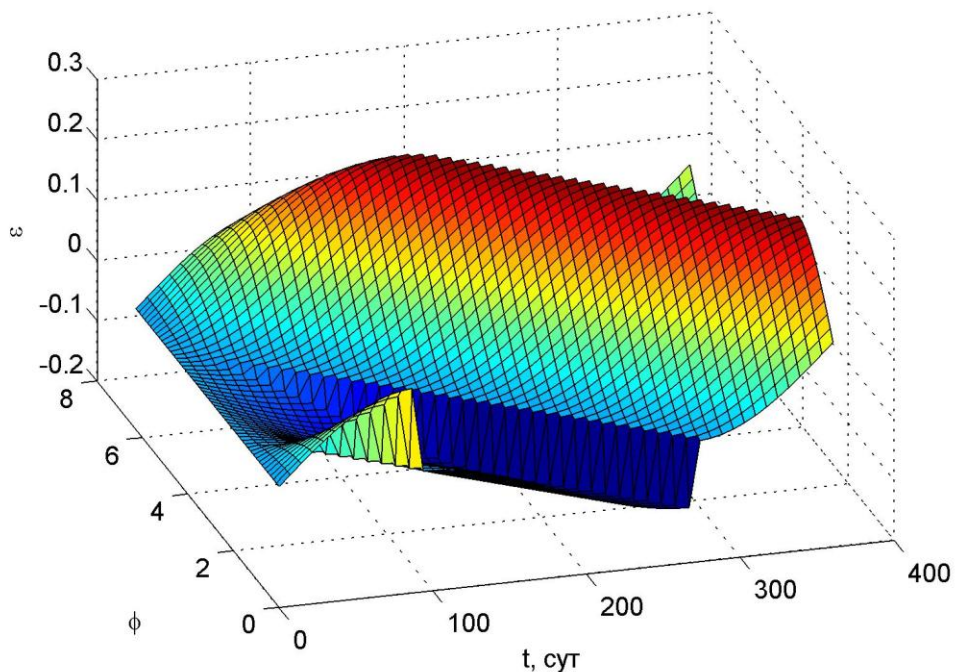
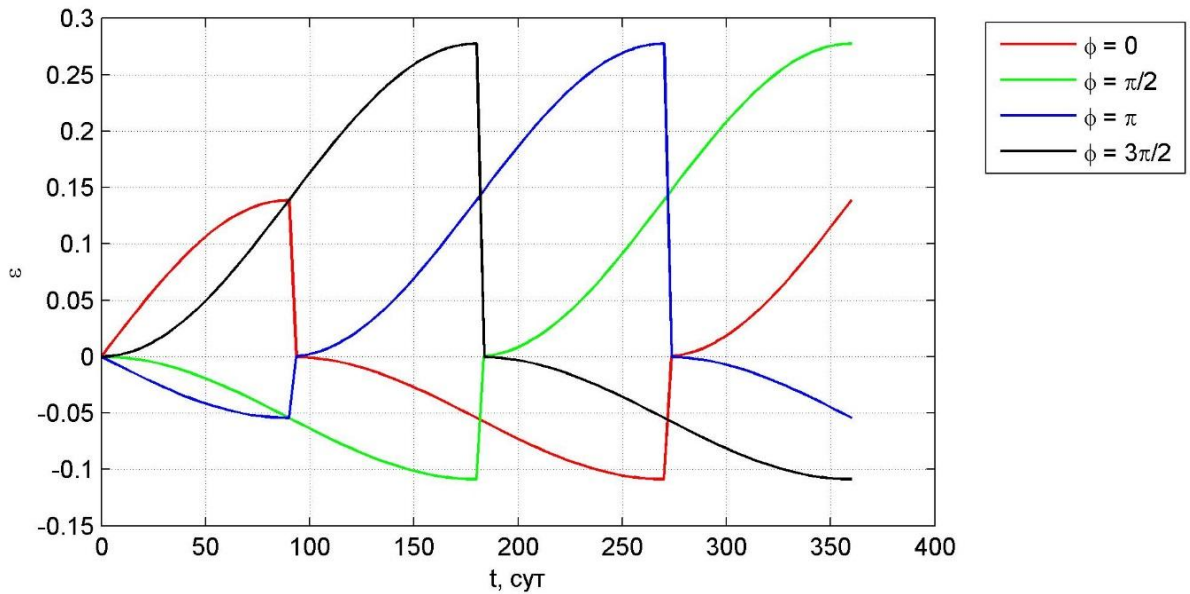


Рисунок 4.4 – Деформации в верхней части земляного полотна при $W_{min} = 0.12, W_{max} = 0.38$

Графики при других значениях влажности качественно практически не отличаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации был разработан математический метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций с учетом ползучести. С целью исследования напряженно-деформированного состояния в настоящей диссертационной работе выполнено развитие аналитических методов решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций с составлением компьютерных программ и выполнением расчетов для:

- влажностных напряжений в полупространстве;
- полупространства, находящегося под действием потока тепла;
- порового давления в грунтовой среде;
- земляного полотна автомобильных дорог в условиях водно-теплового режима.

По программам выполнены расчеты для большого числа вариантов исходных данных, наиболее характерные из которых представлены в виде графиков, позволяющих анализировать влияние различных параметров на напряженно-деформированное состояние.

Рекомендации. Полученные в диссертации результаты (метод моделирования физических воздействий в деформируемых средах по модели вынужденных деформаций, аналитические методы решения задач инженерной практики по модели вынужденных деформаций, алгоритмы и компьютерные программы расчета, результаты расчетов) могут быть использованы для прогнозирования напряженно-деформированного состояния сред с учетом физических воздействий.

Перспективы дальнейшей разработки темы. Дальнейшее развитие темы может быть связано с рассмотрением вынужденных деформаций для более сложных условий физических воздействий в деформируемых средах и определением поля вынужденных деформаций с использованием системы связанных дифференциальных уравнений миграции тепла и влаги по соответствующей расчетной схеме водно-теплового режима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абелев, М.Ю. Строительство промышленных и гражданских зданий на водонасыщенных грунтах / М.Ю. Абелев // М., 1982. 247 с.
2. Авершьев, А.С. Влагоупругость неоднородных толстостенных оболочек: дис. ... канд. тех. наук: 01.02.04 / Авершьев Анатолий Сергеевич. - М., 2014.
3. Агаханов, Э.К. О развитии комплексных методов решения задач механики деформируемого твердого тела / Э.К. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. – Махачкала, 2013. - № 2. – С. 39-45.
4. Агаханов, Э.К. О моделировании действия объемных сил в упругоползучем теле / Э.К. Агаханов, М.К. Агаханов // Известия Вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. - 2005. - № 1.- С. 25.
5. Агаханов, Г.Э. Теорема взаимности работ для условий эквивалентности воздействий // Науч.-техн. конф. преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов. -Махачкала: ДГТУ, 2013. –С. 214.
6. Агаханов, Г.Э. Система уравнений для оценки воздействия порового давления на грунт / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов, М.М. Вагидов // Строительство: проблемы и перспективы: матер. Междунар. науч.-прак. конф., 29-30 марта 2013 г. - Махачкала: ДГИНХ, 2013. – С. 11-13.
7. Агаханов, Г.Э. Математическое моделирование воздействия порового давления на скелет грунта / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Строительство: проблемы и перспективы: матер. Междунар. науч.-прак. конф., 29-30 марта 2013 г. - Махачкала: ДГИНХ, 2013. – С. 13-16.
8. Агаханов, Г.Э. Методы механики деформируемого твердого тела при современных вычислительных возможностях / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Науч.-техн. конф. преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов. - Махачкала: ДГТУ, 2014. –С. 214.
9. Агаханов, Г.Э. О современном подходе к решению задач строительства методами механики деформируемого твердого тела / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Строительство - 2014: строительные техноло-гии, материалы и каче-

ство в строительстве: матер. Междунар. на-уч.-прак. конф. - Рос-тов-на-Дону: РГСУ, 2014. - С. 312-314.

10. Агаханов, Г.Э. О математическом моделировании физических воздействий в грунтах / Г.Э. Агаханов // Научное обозрение. - 2014. - № 12. – Ч. 3. – С. 733 - 736.

11. Агаханов, Г.Э. Воздействие порового давления на скелет грунта / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Современные методы повышения долговечности автомобильных дорог и безопасности движения: сб. науч. тр. -Махачкала: ДГТУ, 2014. – С. 22–27.

12. Агаханов, Г.Э. Об исходном напряженном состоянии грунтового основания / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Современные методы повышения долговечности автомобильных дорог и безопасности движения: сб. науч. тр. - Махачкала: ДГТУ, 2014. – С. 33–38.

13. Агаханов, Г.Э. Оценка воздействия установившегося фильтрационного потока на скелет грунта / Г.Э. Агаханов, Э.К. Агаханов // Современные методы повышения долговечности автомобильных дорог и безопасности движения: сб. науч. тр. -Махачкала: ДГТУ, 2014. – С. 39–42.

14. Агаханов, Г.Э. О математическом моделировании воздействия порового давления на грунт/ Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2015.- №1. – С. 8 - 16.

15. Агаханов, Г.Э. Математическое моделирование физических воздействий в основаниях зданий и сооружений/ Г.Э. Агаханов // Современные строительные материалы, технологии и конструкции: матер. Междунар. науч.-прак. конф., 24-26 марта 2015 г. - Грозный: ГГНТУ, 2015. – С. 407-413

16. Агаханов, Г.Э. Математическое моделирование уплотнения двухфазного грунта при компрессионном сжатии / Г.Э. Агаханов // Современные научные исследования. Выпуск 3 – Концепт. – 2015. – ART 85458. –URL: <http://e-koncept.ru/2015/85458.htm>-ISSN 2304-120X.

17. Агаханов, Г.Э. Математическое моделирование влажностных напряжений в грунтовом полупространстве / Г.Э. Агаханов // Науковедение. Электрон. журн. –

2015. – Т. 7. - №3. Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/12TVN315.pdf>. № ГР ФС 77 - 39378

18. Агаханов, Г.Э. Решение задач механики деформируемого твердого тела с использованием фиктивных расчетных схем/ Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2015.- №3. – С. 8 - 15.

19. Агаханов, Г.Э. Оценка пучинообразования в земляном полотне автомобильных дорог / Г.Э. Агаханов // Науч.-техн. конф. преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов. -Махачкала: ДГТУ, 2015. –С. 214.

20. Агаханов, Г.Э. Моделирование деформаций земляного полотна автомобильных дорог / Г.Э. Агаханов, В.Б. Мелехин // Научное обозрение. - 2016. - № 4. – С. 90 - 93.

21. Агаханов, Г.Э. Моделирование уплотнения двухфазного грунта при компрессионном сжатии/ Г.Э. Агаханов // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2016.- №3. – С. 16 - 27.

22. Александровский, С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия (с учетом ползучести) / С.В. Александровский. - Стройиздат, 1966.

23. Александровский, С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести / С.В. Александровский.. - М.: Стройиздат, 1973. - 432 с.

24. Алфрей, Т. Механические свойства высокополимеров / Т. Алфрей. - ИЛ, 1952.

25. Андреев, В.И. Плоская неоднородная двумерная задача влагоупругости / В.И. Андреев, А.С. Авершьев // Вестник ВолгГАСУ, вып. 37(56), 2014. Волгоград. С. 6- 14.

26. Андреев, В.И. Метод разделения переменных в осесимметричных задачах об упругом равновесии неоднородных цилиндров / В.И. Андреев, А.В. Смоллов //

Прикладные методы исследования тонкостенных конструкций: сб. научных трудов. - М.: МАИ, 1984. - С. 8-13.

27. Аравин, В.И. К вопросу о фильтрации в анизотропно-водопроницаемых грунтах / В.И. Аравин // Труды ЛПИ. 1937. №7. с. 2-12.

28. Аравин, В. И. Фильтрация в анизотропно-водопроницаемом грунте/ В.И. Аравин // Труды ЛПИ. - 1940. - №4. - С. 1-14.

29. Аравин, В. И. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде/ В.И. Аравин, С.Н. Нумеров. - М., 1953.

30. Аравин, В.И. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений/ В.И. Аравин, С.Н. Нумеров - М., Госстройиздат, 1955. - 291 с.

31. Арутюнян, Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести / Н. Х. Арутюнян. - М., Гостехтеоретиздат, 1952.

32. Бабков, В.Ф. Реконструкция автомобильных дорог / В.Ф. Бабков. - М.: Транспорт, 1978. - 264 с.

33. Безрук, В.М. О капиллярном поднятии воды в уплотненных грунтах / В.М. Безрук // Регулирование водного режима дорожных оснований: сборник научных трудов. - Вып. VI. – М.: Дориздат, 1946.

34. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. - ВШ, 1961.

35. Беруля, А.К. Определение расчетной влажности для проектирования дорожного полотна по данным метеостанции / А.К. Беруля, В.М. Сиденко // Труды ХАДИ. - 1954г. – Вып.17.

36. Беруля, А.К. Проектирование автомобильных дорог/ А.К. Беруля. - М.: Минтранс РСФСР. Ч.1. -1961г. – 449 с.

37. Бельковский, С.В. Исследования бетонных дорог на опытной станции ЛАДИ / С.В. Бельковский. – Гострансиздат, 1935.

38. Боли Б. Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер. - М.: Мир, 1964.

39. Брагинская, В. А. Некоторые задачи фильтрации в анизотропном грунте / В.А. Брагинская // Прикл. мат. и мех. 1940. - Т. 6. - №2-3. С. 229-240.

40. Буданов, Н. А. Расчет железобетонных конструкций с учетом ползучести бетона / Н.А. Буданов. - Стройиздат, 1949.

41. Варданян, Г.С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г.С. Варданян, В.И. Андреев, Н.М. Атаров, А.А. Горшков. - М.: АСВ, 1995. 568 с.

42. Веригин, Н. Н. Об уплотнении грунтов под нагрузкой. Консолидация грунта под гибким фундаментом / Н.Н. Веригин // Основания, фундаменты и механика грунтов. - №5. 1961.

43. Веригин, Н. Н. Консолидация водонасыщенного грунта при действии внешней нагрузки, нормальной к границе полупространства/ Н.Н. Веригин // сб. докладов к VI Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. - М., 1965.

44. Виноградов, В.В. О возможностях физического моделирования для исследования процессов в грунтовых сооружениях / В.В. Виноградов, Т.Г. Яковлева, Ю.К. Фроловский, А.А. Зайцев // М.: Стройклуб, 2001. - №1.

45. Власов, А.Н. Использование современных методов программирования в решении задач геомеханики / А.Н. Власов, М.Г. Мнушкин // М.: Стройклуб, 2001. - №1.

46. Водно-тепловой режим земляного полотна и дорожных одежд. Под редакцией профессоров / Н.А. Пузаков, И.А. Золотарь, В.М. Сиденко, А.Я. Тулаев и др. – М.: Транспорт, 1971. – 414 с.

47. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. - Наука, 1969.

48. Вялов, С.С. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений / С.С. Вялов, В. Г. Гмошинский, С.Э. Городецкий и др. Изд-во АН СССР, М., 1962.

49. Вялов, С.С. Реологические основы механики грунтов/ С.С. Вялов. - М.: Высш. шк., 1976. 447 с.

50. Герсеванов, Н.М. Основы динамики грунтовой массы / Н.М. Герсеванов. - Госстройиздат, 1931. - Т. II. - 1948.

51. Герсеванов, Н.М. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения / Н.М. Герсеванов, Д.Е. Польшин. - Стройиздат, 1948.

52. Гольдштейн, М.Н. Деформация земляного полотна и оснований сооружений при промерзании и оттаивании / М.Н. Гольдштейн. - М: Трансжелдориздат, 1948.

53. Горелик, Л.В. Нелинейная одномерная консолидация трехфазного грунта / Л. В. Горелик, Б.М. Нуллер // Тр. к VIII Междунар. конгр. по механике грунтов и фундаментостроению. Под ред. Н. А. Цытовича. - М., 1969. - С. 18-25.

54. Горелик, Л.В. К расчету порового давления в слоистом основании методом конечны разностей / Л.В. Горелик // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева. 1974. - Т. 106. - С. 158-163.

55. Горелик, Л. В. Расчеты консолидации оснований и плотин из грунтовых материалов / Л.В. Горелик. Л.,1975.

56. Горелик, Л.В. К теории консолидации оттаивающих грунтов / Л.В. Горелик, А. М.Цыбин // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1979. Т. 137. С. 119-127.

57. Давыдов, В.А. Особенности изысканий и проектирования автомобильных дорог в районах вечной мерзлоты. Омск: Омский ПИ, 1979. - С. 44-56.

58. Диткин, В.А. Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. - М.: Физматгиз, 1961. - 524 с.

59. Зарецкий, Ю. К. Ползучесть полупространства из двухфазного грунта под действием сил, приложенных нормально к границе / Ю.К. Зарецкий // Механика грунтов. - Изв. АН Арм. ССР. - 1966. - № 2.

60. Иванов, Н.Н. Уплотнение дорожных насыпей / Н.Н. Иванов, М.Я. Телегин // Новости дорожной техники. - №18.- 1939.

61. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. 6-е изд., стер / Э. Камке. – СПб.: Изд-во «Лань», 2003. – 576 с.

62. Качанов, Л.М. Теория ползучести / Л.М. Качанов. - Физматгиз, 1960.

63. Качмаж, С. Теория ортогональных рядов / С. Качмаж, Г. Штейнгауз. – М.: Физматгиз, 1958. – 507 с.

64. Коваленко, А.Д. Основы термоупругости / А.Д. Коваленко. - Киев: Наук. думка, 1970. - 307 с.
65. Корн, Г. Справочник по математике / Корн Г., Корн Т.- Наука, 1968.
66. Курант, Р. Дифференциальные уравнения с частными производными / Р.Курант. - Наука, 1965.
67. Кудрявцев, М.Н. Земляное полотно автомобильных дорог / М.Н. Кудрявцев. – Дориздат, 1955.
68. Лейбензон, Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. - 1947.
69. Леонович, И.И. Водно-тепловой режим земляного полотна автомобильных дорог / И. И. Леонович, Н.П. Вырко. - Минск: БНТУ, 2013.
70. Леонтьев, Н.Е. Основы теории фильтрации / Н.Е. Леонтьев. – М.: Центр прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2009. – 88 с.
71. Лыков, А.В. Явления переноса в капиллярно пористых телах / А.В. Лыков. - М. Гос- техтеориздат, 1954. - 298 с.
72. Лыков, А.В. Теория тепло- и массопереноса / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. 536 с.
73. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. - М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
74. Малышев, М.В. Расчет порового давления в период строительства в насыпях из грунта, содержащего в порах воду и воздух / М.В. Малышев // Основания, фундаменты и механика грунтов. - №5. - 1964.
75. Маслов, Г. Н. Термическое напряженное состояние бетонных массивов при учете ползучести бетона / Г.Н. Маслов // Изв. НИИГ. - Т. 28. - Госэнергоиздат, 1941.
76. Маслов, Н. Н., Основы инженерной геологии и механики грунтов/ Н.Н. Маслов. - М., ВШ, 1982. - 511 с.
77. Месчан, С. Р. Некоторые вопросы ползучести глинистых грунтов / С. Р. Месчан // Известия АН Армянской ССР, Серия физ.-мат. наук, 1965.

78. Механика грунтов, основания и фундаменты: учеб. пособ. / С.Б. Ухов, В.В. Семенов, В.В. Знаменский, З.Г. Тер-Мартirosян, С.Н.Чернышев. - М.: АСВ, 2007. -566 с.

79. Носич, И.А. Сезонные колебания влажности и плотности грунтов в полотне дорог степных районов / И.А. Носич //Труды ХАДИ. - Вып.13. – М.: 1951.

80. ОДН 218.046-01. Проектирование нежестких дорожных одежд. 2000. - 93 с.

81. Орнатский, Н.В. Проектирование противопучинистых мероприятий / Н.В. Орнатский // Регулирование водного режима дорожных оснований. - Вып. VI. — М.: Дориздат, 1946.

82. Поляков, С. В. Ползучесть каменных и армокаменных конструкций / С.В.Поляков // Ползучесть строительных материалов и конструкций. Стройиздат, 1964.

83. Пономарев, В.П. Пучины на железных дорогах и методы борьбы с ними / В.П. Пономарев. - М: Трансжелдориздат, 1952.

84. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. - Наука, 1965.

85. Преферансова, Л.А. Водный режим дорожного полотна / Л.А. Преферансова / Регулирование водного режима дорожных оснований. - Вып. VI. – М.: Дориздат, 1946.

86. Пузаков, Н.А. Исследование дорожного полотна / Н.А. Пузаков. – Ленгострансиздат, 1935.

87. Пузаков, Н.А. Предохранение дорожного полотна от грунтовых вод / Н.А. Пузаков // Регулирование водного режима дорожных оснований. - Вып. VI. – М.: Дориздат, 1946.

88. Пузаков, Н.А. Теоретические основы зимнего влагонакопления в грунтах и их практическое применение// Н.А. Пузаков / Проектирование и сооружение земляного полотна железных и автомобильных дорог. М.: АН СССР 1950.

89. Пучины на автомобильных дорогах / Труды ДорНИИ.- №2. - М.: Дориздат, 1941.

90. Работнов, Ю. Н. Расчет деталей машин на ползучесть/ Ю.Н. Работнов // Изв. АН СССР, ОТН. - № 6. - 1948.
91. Работнов, Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести / Ю.Н. Работнов // Вестник МГУ. – 1948. - № 10.
92. Работнов, Ю. Н. Равновесие упругой среды с последствием/ Ю.Н. Работнов // ПММ. Т. XII. - Вып. 1. - 1948.
93. Работнов, Ю. Н. О некоторых возможностях описания неустановившейся ползучести с приложением к исследованию ползучести роторов/ Ю.Н. Работнов // Изв. АН СССР, ОТН, 1958. - № 9. – с.139.
94. Работнов, Ю.Н. Ползучесть / Ю.Н. Работнов // Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике 1960 г. - Изд-во АН СССР, 1962.
95. Работнов, Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести / Ю.Н. Работнов //ЖПМТФ, № 2. - 1963.
96. Работнов, Ю. Н. Опытные данные по ползучести технических сплавов и феноменологические теории ползучести (обзор) / Ю.Н. Работнов // ЖПМТФ. -№ 1. - 1965.
97. Работнов, Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов // М., «Наука», 1966.
98. Ржаницын, А.Р. Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени / А.Р. Ржаницын. - Гостеоретиздат, М. – Л., 1949.
99. Ржаницын, А.Р. Теория ползучести / А.Р. Ржаницын. М.: Стройиздат, 1968. - 418 с.
100. Розовский, М.И. Плоская деформация при наличии упругого последствия и температурных напряжений / М.И. Розовский. - ДАН СССР. Т. 58. - № 6. - 1947.
101. Розовский, М. И. Приложение интегро-дифференциальных уравнений к некоторым динамическим задачам теории упругости при наличии последствия / М.И. Розовский. - ПММ, Т. XI. -Вып. 3. -1947.

102. Розовский, М.И. Приложение интегральных и интегро-дифференциальных уравнений к изучению процессов деформирования реальных материалов / М.И. Розовский. - Изв. АН СССР ОТН. - № 5. - 1948.

103. Розовский, М. И. Температурные напряжения при наличии последствия / М.И. Розовский. – ЖТФ. - Т. XIX. - Вып. 6. -1949.

104. Розовский, М. И. Ползучесть и длительное разрушение материалов / М.И. Розовский. - ЖТФ, т. XXI, № 11, 1951.

105. Розовский, М. И. Кривая течения и упругое последствие/ М.И. Розовский. - ЖТФ, т. XXII, № 5, 1952.

106. Розовский, М. И. О нелинейных уравнениях ползучести и релаксации материалов при сложном напряженном состоянии/ М.И. Розовский. – ЖТФ. - Т. XXV. Вып. 13. - 1955.

107. Розовский, М. И. Полусимволический способ решения некоторых задач теории наследственной упругости/ М.И. Розовский. - ДАН СССР. Т. III. - № 5. - 1956.

108. Розовский, М. И. Об упрощении нелинейных интегральных уравнений ползучести и релаксации при сложном напряженном состоянии/ М.И. Розовский. – ЖТФ. - Т. 27. - Вып. 12. - 1957.

109. Розовский, М. И. О нелинейных интегральных уравнениях ползучести бетонной цилиндрической оболочки, находящейся под внешним давлением/ М.И. Розовский. - Изв. АН СССР, ОТН, № 9, 1958.

110. Розовский, М.И. Некоторые свойства специальных операторов, применяемых в теории ползучести/ М.И. Розовский. – ПММ, т. XXIII, вып. 5, 1959.

111. Розовский, М. И. Нелинейные интегрально-операторные уравнения ползучести и задача о кручении цилиндра при больших углах крутки/ М.И. Розовский. – Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. - № 5. -1959.

112. Розовский, М. И. Обработка кривых ползучести на основе интегральных уравнений/ М.И. Розовский. – Изв. Вузов «Машиностроение», 1960, № 3.

113. Розовский, М. И. Влияние фактора времени на прочность сферической оболочки, находящейся под действием внутреннего давления/ М.И. Розовский. – Изв. АН СССР, ОТН. - Механика и машиностроение. -№ 4. -1961.

114. Россовский, П.Д. Водный режим земляного полотна в условиях Северо-Запада СССР / М.И. Розовский. – «Информация об отечественной и зарубежной технике». - №10-11. - 1958.

115. Самуль, В.И. Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. - М., В. Ш.,1982.

116. Сахарников, Н. А. Высшая математика /Н. А. Сахарников. - ЛГУ, 1973.

117. Селимханов Д.Н. Математическое моделирование действия объемных сил в грунтовых основаниях: дис. ... канд. тех. наук: 05.13.18 /Селимханов Даниял Нажиудинович. - Махачкала, 2006. – 110с.

118. Сиденко, В.М. Сезонное изменение прочности грунтов земляного полотна в степных районах УССР: дис. ... канд. тех. наук: В.М. Сиденко. – Харьков. ХАДИ, 1956. – 164 с.

119. Сиденко, В.М. Сезонное изменение прочности грунтов дорожного полотна в степных районах / В.М. Сиденко // Сб. трудов ХАДИ, вып.20, Харьков, 1959.

120. Сиденко, В.М. Расчет и регулирование водно-теплового режима дорожных одежд и земляного полотна / В.М. Сиденко. - М: Автотрансиздат, 1962. – 220 с.

121. Сиденко, В.М. Расчет глубины промерзания автомобильных дорог/ В.М. Сиденко // Автомобильные дороги. - №12. - 1967.

122. Сиденко, В.М. Автомобильные дороги / В.М. Сиденко. - Киев 1971.

123. Скудра, А.М. Деформации бетона и потери предварительного напряжения в арматуре в центрально растянутых напряженно-деформированных элементах / А. М. Скудра // Исследования по бетону и железобетону. - Вып. 6. Изд-во АН Латв. СССР, Рига, 1961.

124. Сорочан, Е.А. Строительство сооружений на набухающих грунтах / Е.А. Сорочан. - М.: Стройиздат, 1974. - 225 с.

125. Степанов, В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. - Наука, 1966.
126. Тан-Тьонг-Ки Вторичные временные эффекты консолидации глин. Вопросы геотехники. - Сборник № 3 под ред. проф. М. Н. Гольдштейна. Трансжелдориздат, 1958.
127. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. - М.: Изд-во АСВ, 2005. - 488 с.
128. Тер-Мартirosян З.Г. Влияние степени водонасыщения глинистого грунта на его напряженно-деформированное состояние / Тер-Мартirosян З.Г., Нгуен Хуи Хиеп // Вестник МГСУ. 2012. № 8. С. 112—120.
129. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П.Тимошенко, Гудьер Дж. - М.: Наука, 1975. - 575 с.
130. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.-Л.: Гостехиздат, 1951. - 660 с.
131. Улицкий, И.И. Ползучесть бетона / И.И. Улицкий // Гостехиздат УССР, Киев – Львов, 1948.
132. Улицкий, И.И. Расчет бетонных и железобетонных и арочных комбинированных конструкций с учетом длительных процессов / И.И. Улицкий // Гостехиздат УССР, Киев, 1950.
133. Улицкий, И.И. Расчет железобетонных конструкций с учетом длительных процессов / И.И. Улицкий // Стройиздат УССР, Киев, 1961.
134. Улицкий, И. И. Определение величин деформаций ползучести и усадки бетона/ И.И. Улицкий // Госстройиздат УССР, Киев, 1963.
135. Улицкий, И. И. Влияние нелинейной ползучести бетона на напряженно деформированное состояние изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов / И.И. Улицкий // Ползучесть строительных материалов и конструкций. - Стройиздат, 1964.
136. Ухов, С.Б. Механика грунтов, основания и фундаменты / С.Б. Ухов, В.В. Семенов, В.В. Знаменский, З.Г. Тер-Мартirosян, С.Н. Чернышев. - М.: АСВ, 1994.

137. Федосов, С.В. Тепломассоперенос в технологических процессах строительной индустрии: монография / С.В. Федосов. – Иваново: ИПК «ПресСто», 2010. – 364 с.

138. Флорин, В.А. К вопросу о гидродинамических напряжениях в грунтовой массе / В.А. Флорин // Основные уравнения динамики грунтовой массы. Известия НИИГ. - Т. 15. - 1939.

139. Флорин, В.А. Определение напряженного состояния, обусловленного объемными силами с потенциалом, удовлетворяющим уравнению Лапласа / В.А. Флорин // Известия ВНИИГ. - Т. 18. - 1941.

140. Флорин, В.А. Теория уплотнения земляных масс/ В.А. Флорин. - Стройиздат, 1948.

141. Флорин, В. А. Одномерная задача уплотнения сжимаемой пористой ползучей земляной среды/ В.А. Флорин // Известия АН СССР, ОТН №5, 1953.

142. Флорин, В. А. Основы механики грунтов/ В.А. Флорин. – М.: Стройиздат, 1959. - Т. I.

143. Харлаб, В. Д. К общей линейной теории ползучести / В. Д. Харлаб // Изв. ВНИИ гидротехники. - Т. 68 . - 1961.

144. Хесин, Г. Л. Метод фотоупругости / Г.Л. Хесин. - М.: Стройиздат, 1975. - Т. 3.

145. Цытович, Н.А. Прогноз скорости осадок оснований сооружений / Н. А. Цытович, Ю.К. Зарецкий, М.В. Малышев, М.Ю. Абелев, З. Г. Тер-Мартirosян. - М.: Стройиздат, 1967.

146. Цытович, Н. А. Вопросы теории и практики строительства на слабых глинистых грунтах / Н. А. Цытович// Материалы Всесоюзного совещания по строительству на слабых глинистых грунтах, Таллин, 1965.

147. Цытович, Н. А. Основы прикладной геомеханики в строительстве / Н. А. Цытович, З. Г. Тер-Мартirosян. М., 1981.

148. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. - М.: ВШ, 1983. 288 с.

149. Чепурненко, А. С. Осесимметричный изгиб круглой гибкой пластинки при ползучести/ В. И. Андреев, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко// Вестник МГСУ. – 2014. – №5. – С. 16 – 24.
150. Шахунянец, Г.М. Земляное полотно железных дорог / Г.М. Шахунянец. - М: Трансжелдориздат, 1953.
151. Швейковский, Н.Т. Накопления влажности в мерзлом грунте под влиянием температурного режима / Н.Т. Швейковский // Регулирование водного режима дорожных оснований. - Вып. VI. – М.: Дориздат, 1946.
152. Юдина, И. М., Разуплотнение грунтов основания котлованов и его учет при прогнозе осадок сооружений, Дис. канд. тех. наук, М., 1989.
153. Biot M. A. General Theory of Three-Dimensional consolidation. I. Appl. Phys. 12. 1941.
154. Boltzman L. Zur Theory der elastischen Nachwirkung. Weiner Ber., 1874 Bd. 70, S. 275, Pogg. Ann., 1876, Bd. 7, S. 624-654, 1878, Bd. 5, S. 430-432, Weiner Br., 1877, Bd. 76.
155. Carillo N. Simple Two and Three Dimensions cases in the Theory of Consolidation of Soils. I. of Math. Phis. v. 21. 1942.
156. Chao C. K., Boundary integral equations for notch problems in plane thermoelasticity, AIAA journal, 1997, -35, №8, с. 1420-1422.
157. Davenport C. C. Corelation of Creep and Relaxation Properties of Coppers. J. Appl. Mech., 1938, 5, №2.
158. Dischinger F. Elastische und Plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrucken. Bauingenieur, h. 33/34, 1937.
159. Gao S., Wang X., Wang L. Effect of Temperature and Moisture State Changes on Modulus of Elasticity of Red Pine Small Clear Wood. Wood and Fiber Science 45(2). 2013. pp. 442-450.
160. Gibson R. E. The progress of consolidation in a clay layer increasing in thickness with time “Geotechnique” № 4, 1958.

161. Glanville W. H. Creep of Concrete under Load. The Structural Engineering, London, 1933, № 2.

162. Green D.W., Kretschmann D.E. Moisture content and the properties of clear Southern Pine. Res. Pap. FPL–RP–531. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. 1994. 28 p.

163. Kohlrausch R. Nachwirkung an Seide und Glasfaden. Pogg. Ann., 1847, Bd. 72, S. 393.

164. Leaderman H. Elastic and Creep Properties of Filamentons and Other High Polymers. Washington Textile Foundation, 1943.

165. Lopes Silva D.A. et al. Influence of Wood Moisture Content on the Modulus of Elasticity in Compression Parallel to the Grain. Applied Mechanics and Materials Vols. 15(2) pp. 300-304. Trans Tech Publications, Switzerland, 2012.

166. Madsen B. Moisture content - strength relationship for lumber subjected to bending. Published from Canadian Journal of Civil Engineering by permission of National Research Council Canada. 1976. pp. 109-121.

167. Malaikah A.S. Assessment of the Influence of Moisture Content on the Dynamic Modulus of Elasticity of Mortar. Proc. of International Conference on Concrete Engineering and Technology, University Malaya, 2004.

168. Mandel J. Proseening of IV and V International Conferens on Soils Mechaniks. 1957. 1961.

169. Maxwell J. Cl. On the Dynamical Theory of Gases. Phil. Trans., 1867, vol. 157, p. 52, Phil. Mag., 1868, vol. (4) 35, p. 133.

170. Nadai A., Davis E. A. The Creep of Metals, II, J. Appl. Mech., 1936, March.

171. Nakada O. Theory of Non-Linear Responses. J. Phys. Soc. Japan, 1960, 15, № 12.

172. Philip A. Rice / Anisotropic Permeability in Porous Media // Ind. and Eng. Chem. 1970. Vol. 62. №6. P. 23-31.

173. Tables of Integral Transforms, vol. 1, 2, McGraw-Hill Inc., New York, 1954.

174. Thomson J. – J. Application of Dynamics to Physics and Chemistry. London and New York, 1888, Chapter VIII. On Residual Effects, p. 128-139.

175. Vicat L. Note sur l'allongement progressif du fil de fer soumis a diverses tensions. Ann. Ponts et Chausees. 1834, sem. 1.

176. Voigt W. Abh. Gott. Ges. 1890, Bd. 36, 1892, Bd. 38, Wien Ann. 1892, Bd. 47, S. 671.

177. Volterra V. Lecons sur les fonctions de lignes. Paris. 1913.

178. Volterra V. Theory of Functional and of integral and integrodifferential Equations, London – Glasgow, Blackie and Son, 1931.

179. Weber W. Uber die Elastizitat des Seidenfaden. Annalen der Physik und Chemie (Pogg. Ann.), 1835, Bd. 34, S. 247-254.

180. Weber W. Uber die Elastizitat fester Korper. Pogg. Ann., 1841, Bd. 54, S. 1-18.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Листинг программы для расчета влажностных деформаций и напряжений в полупространстве

```

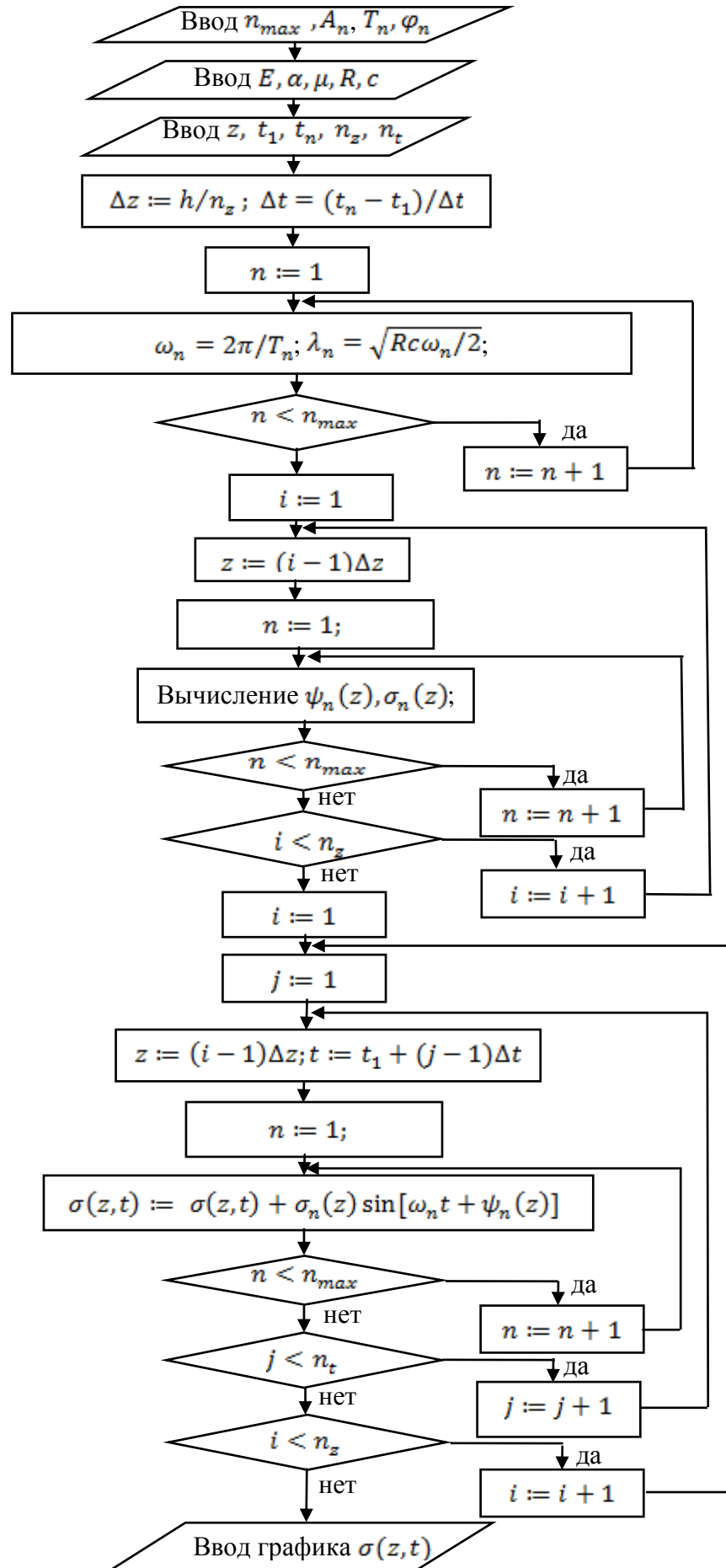
clc;
clear all;
Wmax=0.3; %Полная влагоемкость грунта
nu=20; %Коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения
beta=1.15; %Коэффициент разбухания грунта
E=21; %мгновенный модуль упругости, МПа
H=12; %длительный модуль упругости, МПа
n0=0.006; %время релаксации влагонасыщенной грунтовой среды 100% влажности
T=0.3; %Интервал времени, на котором строится график
nt=10; %Количество шагов по времени
dt=T/nt;
sigma=zeros(1,nt+1);
eps=zeros(1,nt+1);
time=zeros(1,nt+1);
for i=1:nt+1
    t=(i-1)*dt;
    sigma(i)=beta*n0*nu*(E-H)*(exp(Wmax/n0/nu*(1-exp(-nu*t)))-1)+beta*H*Wmax*(1-
exp(-nu*t));
    W=Wmax*(1-exp(-nu*t));
    eps(i)=beta*W;
    time(i)=t;
end
%Вывод графика напряжений
plot(time,sigma,'k');
hold on;

%Построение графика деформаций
nu1=0; %Коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения (начальное значение)
nu2=50; %Коэффициент, характеризующий интенсивность увлажнения (конечное значение)
nn=50; %количество отрезков по nu
dn=(nu2-nu1)/nn; %шаг по nu
beta=1.15; %Коэффициент разбухания грунта
T=0.2; %Интервал времени, на котором строится график
nt=50; %количество интервалов по t
dt=T/nt; %шаг по t
eps=zeros(nn+1,nt+1); %матрица значений деформации
time=zeros(nn+1,nt+1); %матрица значений времени
nu=zeros(nn+1,nt+1); %матрица значений nu
for i=1:nt+1
    for j=1:nn+1
        t=(i-1)*dt;
        nu(i,j)=nu1+(j-1)*dn;
        W=Wmax*(1-exp(-nu(i,j)*t));
        eps(i,j)=beta*W;
        time(i,j)=t;
    end
end
%Вывод графика
figure;
surf(time,nu,eps);

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Блок-схема для расчета тепловых напряжений в полупространстве



Листинг программы для расчета тепловых напряжений в полупространстве

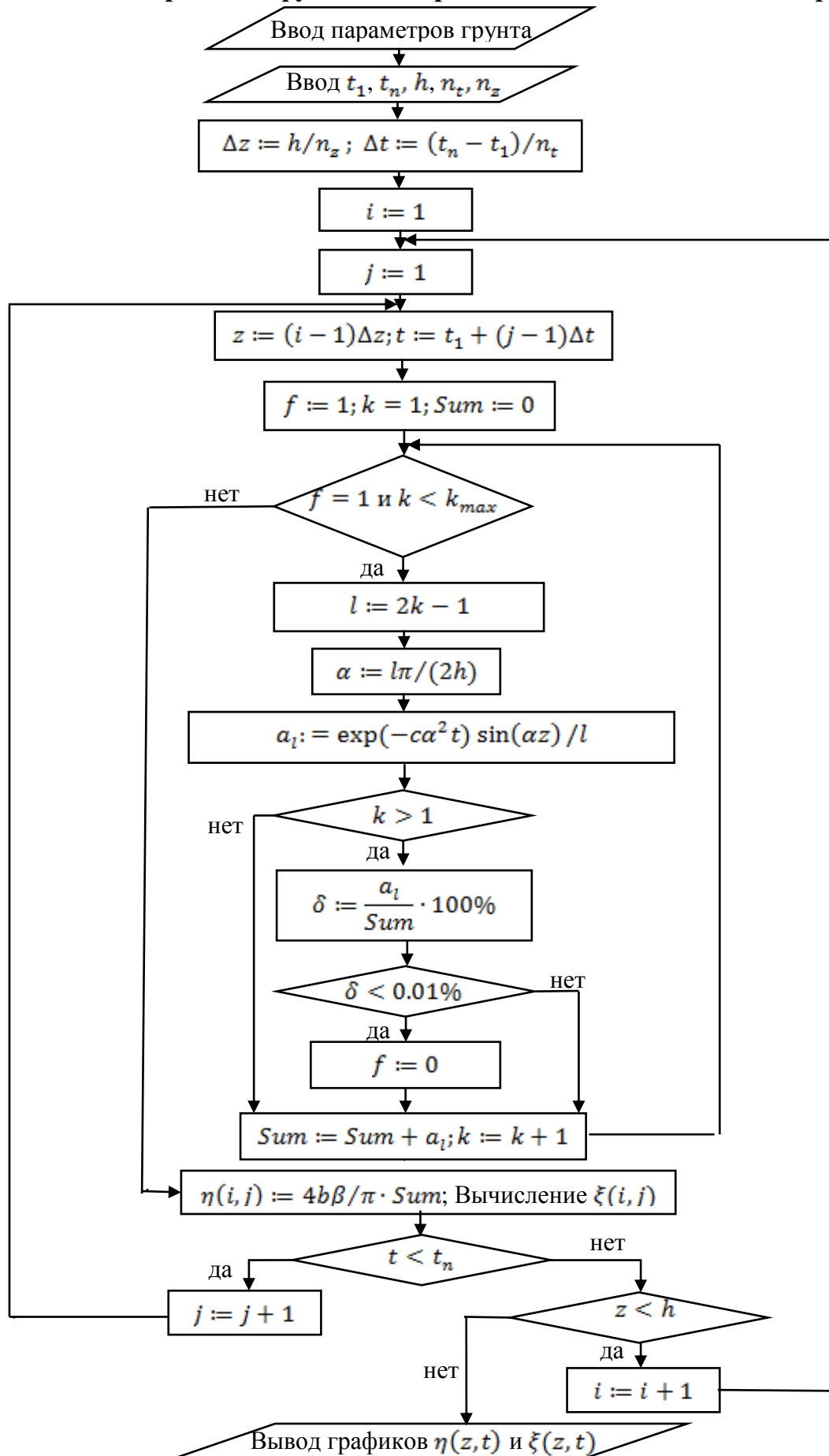
```

clc;
clear all;
T=30;%Период колебаний температуры, дней
w=2*pi/T; %циклическая частота
n=2340; %время релаксации
%Параметры ядра ползучести
q=0.246;
p=0.754;
A=0.1475;
E=65;%Модуль упругости
mu=0.3;%Коэффициент Пуассона
%Синус- и косинус преобразования резольвенты
Aw=0.13;
Bw=0.321;
h=1;%толщина массива,м
An=1;% Амплитуда колебаний температуры
fi_n=0; %Угол сдвига фазы
lamT=0.72; %коэффициент теплопроводности, Вт/м*К
R=h/lamT; %термическое сопротивление
c=0.88*10^3; %Удельная теплоемкость, Дж/(кг*К)
alpha=1; %Коэффициент температурного расширения
lambda=(R*c*w/2)^0.5; %термическое сопротивление
nt=50; %количество интервалов по времени
dt=T/nt; %шаг по времени
nz=50; %количество интервалов по z
dz=h/nz; %шаг по z
sigma=zeros(nt+1,nz+1);%матрица значений напряжений
Z=zeros(nt+1,nz+1); %матрица значений координаты z для графиков
time=zeros(nt+1,nz+1); %матрица значений времени t для графиков
for i=1:nt+1
    t=(i-1)*dt;
    for j=1:nz+1
        z=(j-1)*dz;
        sn=exp(-lambda*z)/((1+Bw)^2+Aw^2)^0.5/(1-mu);%Амплитуда колебаний
напряжений
        psi=fi_n-lambda*z+atan(Aw/(1+Bw)); %Сдвиг фазы напряжений
        sigma(i,j)=sn*sin(w*t+psi);
        time(i,j)=t;
        Z(i,j)=z;
    end
end
%Вывод графика
figure;
surf(Z,time,sigma);

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Блок-схема для расчета функций порового давления и бокового распора



Листинг программы для расчета функций порового давления и бокового распора

```

clc;
clear all;
mu=0.3; %Коэффициент Пуассона
beta=0.4;
b=1;
delta=0.01;
delta1=0.1;
k1=0.1;%pi^2/h^2*c
h=1;
nz=50; %количество шагов по z
dz=h/nz; %шаг по z
E=19;%Модуль упругости
E0=E/(3-6*mu);
G=E/2/(1+mu);%Модуль сдвига
nt=50;%Количество интервалов по времени
t1=3;%Начальный момент времени
t2=100;%Конечный момент времени
dt=(t2-t1)/nt;%Шаг по времени
eta=zeros(nz+1,nt+1);%матрица значений функции порового давления
ksi=zeros(nz+1,nt+1); %матрица значений функции бокового распора
Z=zeros(nz+1,nt+1); %матрица значений координаты z для графиков
time=zeros(nz+1, nt+1); %матрица значений времени t для графиков
kmax=100; %максимальное число членов ряда
for i=1:nz+1
    z=(i-1)*dz; %текущее значение координаты
    for j=1:nt+1
        t=t1+(j-1)*dt; %текущее значение времени
        Z(i,j)=z;
        time(i,j)=t;
        buf=true; %переменная, отвечающая за выход из цикла
        k=1; %номер члена ряда
        sum=0;%сумма членов ряда
        while buf==true&& k<kmax
            ii=2*k-1;
            ni=1/ii*exp(-k1*ii^2/4*t)*sin(ii*pi*z/h);
            if k>1
                delta=ni/sum*100;
                if abs(delta)<0.01
                    buf=false;
                end
            end
            sum=sum+ni;
            k=k+1;
        end
        eta(i,j)=4*beta*b/pi*sum;
        ksi(i,j)=(3*E0-2*G)/(3*E0+4*G)+24*b*G/(pi*(3*E0+4*G))*sum;
    end
end
end
%Вывод графиков
figure;
surf(time,Z, eta);
figure;
surf(time, Z, ksi);

```

Листинг программы для расчета степени консолидации

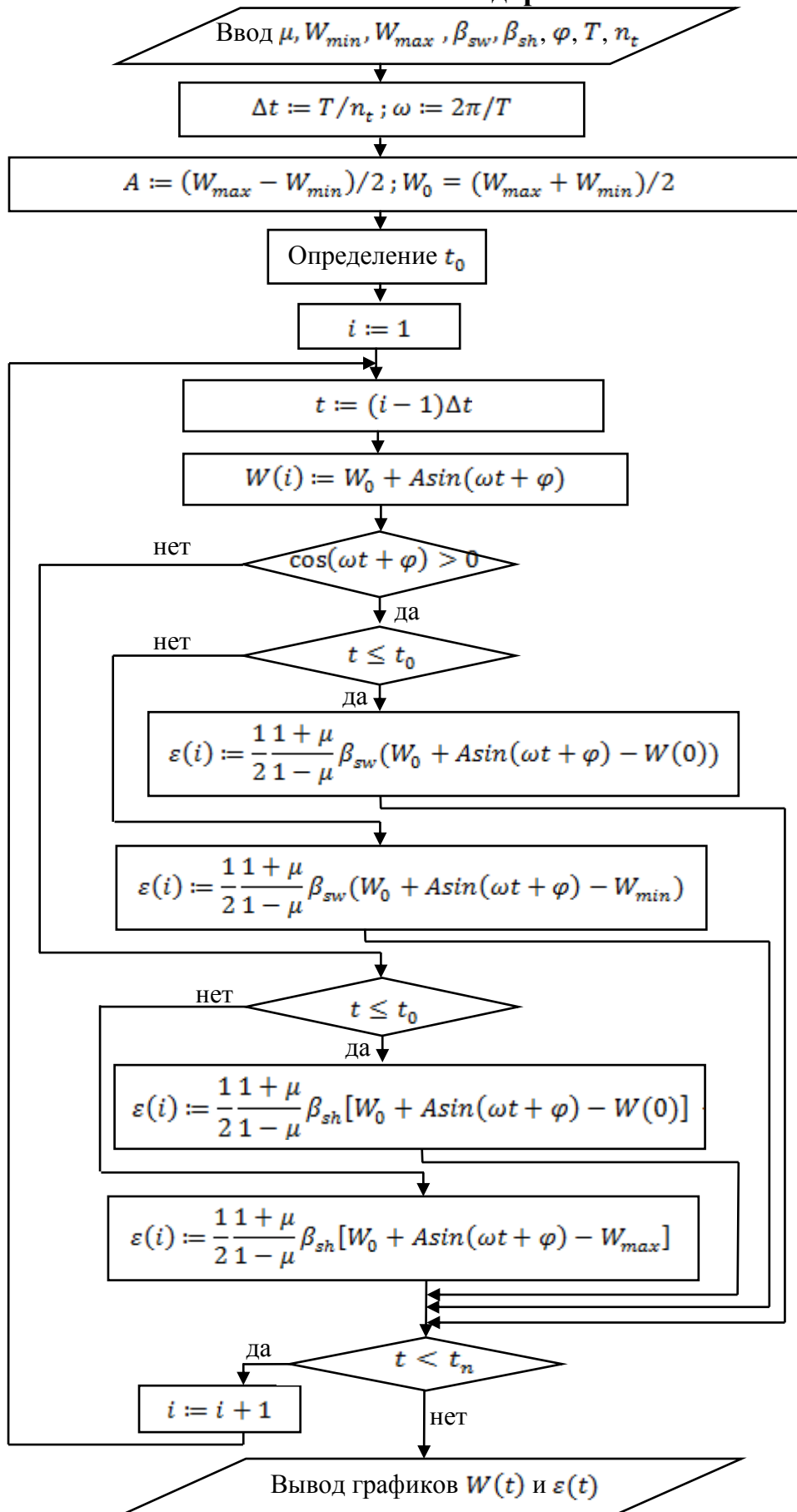
```

clc;
clear all;
mu=0.3; %Коэффициент Пуассона
beta=0.4;
b=1;
delta=0.34;
delta1=0.1;
k1=0.2;%pi^2/h^2*c
h=1;
nz=50; %количество шагов по z
dz=h/nz; %шаг по z
E=19;%Модуль упругости
E0=E/(3-6*mu);
G=E/2/(1+mu);
nt=200;%Количество интервалов по времени
t1=0;%начальный момент времени
t2=100;%конечный момент времени
dt=(t2-t1)/nt;%шаг по времени
s=zeros(1,nt+1);%Вектор значений осадки
U=zeros(1,nt+1);%Вектор значений степени консолидации
Uupr=zeros(1,nt+1);%Вектор значений степени консолидации без учета ползучести
time=zeros(1, nt+1);%Вектор значение времени
kmax=100;%Максимальное количество членов ряда
for j=1:nt+1
    t=t1+(j-1)*dt;
    time(j)=t;
    buf=true;
    k=1;
    sum=0;
    sumu=0;
    while buf==true&&k<kmax
        ii=2*k-1;
        ni=1/ii^2*(exp(-k1*ii^2*t)+delta/(delta1-k1*ii^2)*(exp(-k1*ii^2*t)-
exp(-delta1*t)));
        niu=1/ii^2*(exp(-k1*ii^2*t));
        if k>1
            delta=ni/sum*100;
            if abs(delta)<0.001
                buf=false;
            end
        end
        sum=sum+ni;
        sumu=sumu+niu;
        k=k+1;
    end
    s(j)=3/(3*E0+4*G)*(1+delta/delta1*(1-exp(-delta1*t))-8*b/pi^2*sum);
    sb=3/(3*E0+4*G)*(1+delta/delta1);
    U(j)=s(j)/sb;
    supr=3/(3*E0+4*G)*(1-8*b/pi^2*sumu);
    sb=3/(3*E0+4*G);
    Uupr(j)=supr/sb;
end
%Вывод графиков
plot(time,U,'b');
hold on
plot(time, Uupr,'b--');

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

**Блок-схема для расчета деформаций земляного полотна
автомобильных дорог**



Листинг программы для расчета деформаций земляного полотна автомобильных дорог

```

clc;
clear all;
mu=0.3;%Коэффициент Пуассона
fi=[0;pi/2;pi;3*pi/2];%начальная фаза колебания влажности
T=360;%период колебания, дней
w=2*pi/T;%циклическая частота
Wmin=0.21;%минимальные значения влажности грунта
Wmax=0.45;%максимальные значения влажности грунта
A=(Wmax-Wmin)/2;%амплитуда влажности
W0=(Wmax+Wmin)/2;%начальная влажность осеннего периода увлажнения
beta_sw=1.15;%коэффициент влажностного набухания грунта
beta_sh=0.45;%коэффициент усадки набухающих грунтов при высыхании
nt=100;%количество точек по времени
dt=T/nt;%Шаг по времени
eps=zeros(4,nt+1);%Значения влажностных деформаций
time=zeros(1,nt+1);
colors=['r' 'g' 'b' 'k'];%цвета для графиков
W=zeros(4,nt+1);%Значения влажности
figure;
%Определение момента времени t0
t0=zeros(4,1);
for i=1:4
    buf=false;
for j=1:nt+1
    t=(j-1)*dt;
    time(j)=t;
    if buf==false
        t1=(j-2)*dt;
        t2=j*dt;
        if cos(w*t1+fi(i))*cos(w*t2+fi(i))<0
            t0(i)=t;
            buf=true;
        end
    end
    W(i,j)=W0+A*sin(w*t+fi(i));
end
plot(time, W(i,1:nt+1), colors(i));
hold on;
end
figure;
for i=1:4
    for j=1:nt+1
        t=(j-1)*dt;
        if cos(w*t+fi(i))>0
            if t<=t0(i)
                eps(i,j)=0.5*(1+mu)/(1-mu)*beta_sw*(-W(i,1)+W0+A*sin(w*t+fi(i)));
            else
                eps(i,j)=0.5*(1+mu)/(1-mu)*beta_sw*(W0+A*sin(w*t+fi(i))-Wmin);
            end
        else
            if t<=t0(i)
                eps(i,j)=0.5*(1+mu)/(1-mu)*beta_sh*(-W(i,1)+W0+A*sin(w*t+fi(i)));
            else
                eps(i,j)=0.5*(1+mu)/(1-mu)*beta_sh*(W0+A*sin(w*t+fi(i))-Wmax);
            end
        end
    end
    plot(time, eps(i,1:nt+1), colors(i));
    hold on;
end

```