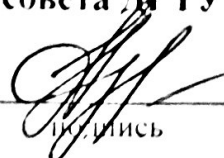


Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет»

РЕКОМЕНДОВАНО
К УТВЕРЖДЕНИЮ
Декан факультета КТВТиЭ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
председатель методического
совета ДТГУ


подпись Юсуфов Ш.А.
ИОФ


подпись Суракатов Н.С.
ИОФ

20 09 2018.

24 09 2018.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина Б1.Б.10. Функциональный анализ
наименование дисциплины по ООП и код по ФГОС
для направления 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»
шифр и полное наименование направления
по профилю «Системное программирование и компьютерные технологии»

факультет КТВТиЭ
наименование факультета, где ведется дисциплина
кафедра высшей математики
наименование кафедры, за которой закреплена дисциплина

Квалификация выпускника (степень) бакалавр
бакалавр (специалист)

Форма обучения очная курс 2 семестр (ы) 4
очная, заочная, др.

Всего трудоемкость в зачетных единицах (часах) 3 ЗЕТ (108ч)
лекции 17 (час); экзамен _____
(семестр)

Практические (семинарские) занятия _____ (час); зачет 4
(семестр)

Лабораторные занятия 34 (час); самостоятельная работа 57 (час);
курсовой проект (работа, РГР) _____ - _____ (семестр).

Зав. кафедрой ВМ _____


А.М. Нурмагомедов
ИОФ

/Начальник УО _____


Э.В. Магомаева
ИОФ

1. Цели и задачи дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

1.1 Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является:

- изложение основных понятий и теорем функционального анализа;
- создание теоретической базы для обучения студентов смежным математическим дисциплинам;
- подготовка студентов к практическому применению полученных знаний (в частности, при приближенном и точном решении интегральных уравнений, при решении вариационных проблем).

1.2 Учебные задачи дисциплины

- обучить студентов основам функционального анализа;
- совершенствовать логическое и математическое мышление студентов;
- дать навыки использования математических методов для приближенного и точного решения интегральных уравнений, при решении вариационных проблем.

2. Место в структуре ООП бакалавриата дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров.

Раздел высшей математики «Функциональный анализ» относится к базовой части Б.1 ФГОС ВО, основывается на знаниях, полученных в средней школе в объеме ЕГЭ.

Освоение математики необходимо для последующего усвоения общеинженерных и профессиональных дисциплин, при подготовке выпускной квалификационной работы.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

В результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы следующие общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК-1);
- способностью проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления (ПК-2);

В результате изучения дисциплины «Функциональный анализ» студент должен:

Знать: основные положения и понятия функционального анализа: функциональные пространства, теория меры и интеграл Лебега, линейные функционалы, линейные операторы в функциональных пространствах, вариационное исчисление.

Уметь: применять основные теоремы и положения функционального анализа для решения прикладных задач; видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики.

Владеть: основными понятиями, идеями и методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

4.1. Содержание дисциплины.

№ п/п	Раздел дисциплины. Тема лекции и вопросы.	Семестр	Неделя семестра		Виды работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах).		Формы текущего контроля успеваемости (по срокам аттестации) в семестре. Форма промежуточной аттестации (по семестрам).
			лк	лб	лб	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Лекция 1. Тема: «Введение». Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики; современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.	IV	1	1	2	3	
2	Лекция 2. Тема: «Метрические и топологические пространства». Множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества.		2	1	2	3	
3	Лекция 3. Тема: «Критерий Хаусдорфа». Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.		3	1	2	3	
4	Лекция 4. Тема: «Мера и интеграл Лебега». Построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры.		4	1	2	3	
5	Лекция 5. Тема: «Измеримые функции их свойства».		5	1	2	3	Контрольная работа №1.

	Определение интеграла Лебега.					
6	Лекция 6. ПММА: «Интеграл Лебега». Определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла.	6	1	2	3	
7	Лекция 7. ПММА: «Связь интеграла Лебега с интегралом Римана» Интеграл Стильбеса; теорема Радона-Никодима;	7	1	2	3	
8	Лекция 8. ПММА: «Теорема Радона-Никодима» Прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L^1 , L^p ($p > 1$); неравенства Гельдера и Минковского.	8	1	2	3	
9	Лекция 9. ПММА: «ЛНП» Линейно нормированные пространства; примеры норм.	9	1	2	3	
10	Лекция 10. ПММА: «Банаховы пространства». Сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.	10	1	2	3	Контрольная работа №2.
11	Лекция 11. ПММА: «Норма оператора». Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента.	11	1	2	3	
12	Лекция 12. ПММА: «Теорема Банаха об обратном операторе». Компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе.	12	1	2	3	
13	Лекция 13. ПММА: «Теорема Фредгольма». Примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-	13	1	2	3	

	Лившица, теория потенциала, индекс дифференциального оператора).						
14	Лекция 14. ТЕМА: «Гильбертовы пространства». Скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы.	14	1	2	3		
15	Лекция 15. ТЕМА: «Базисы и гильбертова размерность». Теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.	15	1	2	3		Контрольная работа №3.
16	Лекция 16. ТЕМА: «Линейные топологические пространства». Обобщенные функции: полинормированные пространства; функционал Минковского.	16	1	2	6		
17	Лекция 17. ТЕМА: «Основные пространства гладких функций». Пространства обобщенных функций: операции над обобщенными функциями; умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.	17	1	2	6		
	Итого за семестр		17	34	57		зачет

4.2. Содержание лабораторных занятий

№ п.п.	№ лек из рабочей программы	Наименование лабораторного занятия.	Количество часов	Рекомендуемая литература методические разработки (№ источника из списка литературы).
1	2	3	4	5
1	1	Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики	2	1.2
2	2,3	Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающихся шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.	4	1.2
3	4,5	Критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающихся шарах; принцип сжимающихся отображений; топологические пространства; примеры.		1.2
4	6,7	Мера и интеграл Лебега; построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла.	4	1.2
5	8,9	Линейные топологические пространства и обобщенные функции; полинормированные пространства; функционал Минковского; нормируемость и метризуемость; топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.	4	1.2
6	10,11	Банаховы пространства; определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора.	4	1.2
7	12,13	Сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе;	4	1.2

		компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-Лувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора).		
8	14,15	Гильбертовы пространства: скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала.	4	1.2
9	16,17	Основные пространства гладких функций; пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями; умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.	4	1.2
		Итого за семестр	34	

4.3. Тематика для самостоятельной работы студентов.

№ пп	Тематика по содержанию дисциплины, выделенная для самостоятельного изучения.	Количество часов из содержания дисциплины	Рекомендуемая литература и источники информации.	Формы контроля СРС.
1	2	3	4	5
1	Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики	1	1.2	ЛБ
2	Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.	7	1.2	ЛБ
3	Критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.	7	1, 2	ЛБ
4	Мера и интеграл Лебега; построение меры Лебега на прямой; общее	7	1.2	ЛБ, КР

	<p>понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла.</p>				
5	<p>Линейные топологические пространства и обобщенные функции; полинормированные пространства; функционал Минковского; нормируемость и метризуемость; топологии в сопряженном пространстве; слабая компактность шара в сопряженном пространстве.</p>	7	1.2	ЛБ	
6	<p>Банаховы пространства: определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора.</p>	7	1.2	ЛБ, КР	
7	<p>Сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора).</p>	7	1.2	ЛБ	
8	<p>Гильбертовы пространства: скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме ортогонального доопределения; общий вид линейного функционала.</p>	7	1.2	ЛБ, КР	
9	<p>Основные пространства гладких функций; пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями; умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.</p>	7	1.2	ЛБ	
Итого за семестр					57

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Функциональная анатомия»
Рекомендуемая литература и источники информации.

5.1. Рекомендуемая литература			
5.1.1. Основная литература			
Авторы	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
1 Колмогоров А.П., Фомин С.В.	Учебники теории функций и функционального анализа: учебник	Физматлит, 2012	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563
5.1.2. Дополнительная литература			
Авторы	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
12.1 Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П.	Сборник задач по функциональному анализу: Учебные пособия	Издательство "Лань", 2012	https://e.lanbook.com/book/3175
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"			
01	Сайт библиотеки А.П.У: www.lib.asu.ru ;		
02	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»: www.e.lanbook.com ;		
03	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": www.biblioclub.ru		
5.3. Перечень программного обеспечения			
Microsoft Office, Microsoft Windows, 7-/ip, AcrobatReader			
5.4. Перечень информационных справочных систем			
Единый образовательный портал http://portal.edu.asu.ru/			
1. Электронная база данных «Scopus» (http://www.scopus.com);			
2. Научная электронная библиотека eLibrary (http://elibrary.ru)			

Лектор

 зав. библиотекой

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

ПЕРЕЧЕНЬ

вопросов контрольной работы по проверке входных знаний студентов.

1. Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики: современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.
2. Метрические и топологические пространства. Множества, алгебра множеств: счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства: открытые и замкнутые множества.
3. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.
4. Мера и интеграл Лебега. Построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры.
5. Измеримые функции их свойства. Определение интеграла Лебега.
6. Интеграл Лебега. Определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла.
7. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Интеграл Стильтьеса; теорема Радона-Никодима. Прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L_1 , L_p ($p > 1$); неравенства Гельдера и Минковского.
8. Линейно нормированные пространства; примеры норм.
9. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.
10. Норма оператора. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента.
11. Теорема Банаха об обратном операторе. Компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе.
12. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора).
13. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы.
14. Базисы и гильбертова размерность. Теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.
15. Линейные топологические пространства. Обобщенные функции; полинормированные пространства; функционал Минковского.
16. Основные пространства гладких функций. Пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями; умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.

ПЕРЕЧЕНЬ
вопросов текущих контрольных работ

Контрольная работа №1.

Раздел: Измеримые функции их свойства».
Определение интеграла Лебега.

Контрольная работа №2.

Раздел: «Банаховы пространства».
Сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.

Контрольная работа №3.

Раздел: «Базисы и гильбертова размерность».
Теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.

ПЕРЕЧЕНЬ
вопросов по текущим аттестациям на экзамене.

1. Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики; современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.
2. Метрические и топологические пространства. Множества, алгебра множеств: счетные множества и множества мощности континуума; метрические пространства; открытые и замкнутые множества.
3. Критерий Хаусдорфа. Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры.
4. Мера и интеграл Лебега. Построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры.
5. Измеримые функции их свойства. Определение интеграла Лебега.
6. Интеграл Лебега. Определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций: предельный переход под знаком интеграла.
7. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана. Интеграл Стильтьеса; теорема Радона-Никодима. Прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L_1 , L_p ($p > 1$); неравенства Гельдера и Минковского.
8. Линейно нормированные пространства: примеры норм.
9. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.
10. Норма оператора. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента.
11. Теорема Банаха об обратном операторе. Компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе.
12. Теорема Фредгольма. Примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма-Лиувилля, теория потенциала, индексе дифференциального оператора).
13. Гильбертовы пространства. Скалярное произведение; неравенство Коши-Буняковского-Шварца; ортогональные системы.
14. Базисы и гильбертова размерность. Теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала;

- самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы.
15. Линейные топологические пространства. Обобщенные функции: полинормированные пространства: функционал Минковского.
 16. Основные пространства гладких функций. Пространства обобщенных функций; операции над обобщенными функциями: умножение на гладкую функцию, дифференцирование, замена переменных, преобразование Фурье.

5. Образовательные технологии, используемые при изучении дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

На протяжении изучения всего курса необходимо уделять особое внимание установлению межпредметных связей, демонстрации возможности применения полученных знаний в практической деятельности. В целом, следует стремиться к широкому использованию прогрессивных, эффективных и инновационных методов, таких как:

ГРУППОВАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ – форма обучения, позволяющая обучающимся эффективно взаимодействовать в микрогруппах при формировании и закреплении знаний.

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МЕТОД ОБУЧЕНИЯ – метод обучения, обеспечивающий возможность организации поисковой деятельности обучаемых по решению новых для них проблем, в процессе которой осуществляется овладение обучаемыми методами научного познания и развитие творческой деятельности.

КОМПЕТЕНЦИОННЫЙ ПОДХОД – это подход, акцентирующий внимание на результатах образования, причем в качестве результата рассматривается не сумма усвоенной информации, а способность человека действовать в различных проблемных ситуациях. Тип (набор) этих ситуаций зависит от типа (специфики) образовательного учреждения, для профессиональных образовательных учреждений – от видов деятельности определяемых стандартом специальности будущих специалистов.

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ ПОДХОД – подход к обучению, позволяющий научить студентов самостоятельно «добывать» знания из разных областей, группировать их и концентрировать в контексте конкретной решаемой задачи.

МОДУЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ – организация образовательного процесса, при котором учебная информация разделяется на модули (относительно законченные и самостоятельные единицы, части информации). Совокупность нескольких модулей позволяет раскрывать содержание определённой учебной темы или даже всей учебной дисциплины. Модули могут быть целевыми (содержат сведения о новых явлениях, фактах), информационными (материалы учебника, книги), операционными (практические упражнения и задания). Модульное обучение способствует активизации самостоятельной учебной и практической деятельности учащихся.

ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД - подход к обучению, позволяющий сфокусировать внимание студентов на анализе и разрешении какой-либо конкретной проблемной ситуации, что становится отправной точкой в процессе обучения.

РАЗВИВАЮЩЕЕ ОБУЧЕНИЕ - ориентация учебного процесса на потенциальные возможности человека и на их реализацию. В концепции развивающего обучения учащийся рассматривается не как объект обучающих воздействий учителя, а как самоизменяющийся субъект учения.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) «Функциональный анализ»

Материально-техническая база включает в себя:

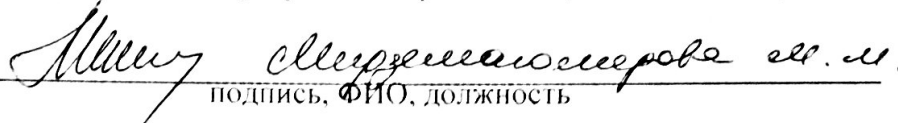
- библиотечный фонд (учебная, учебно-методическая, справочная экономическая литература, экономическая научная и деловая периодика);
- компьютеризированные рабочие места для обучаемых с доступом в сеть Интернет;

- аудитории, оборудованные проекционной техникой.

В ФГБОУ «Дагестанский государственный технический университет» имеются аудитории, оборудованные интерактивными, мультимедийными досками, проекторами, что позволяет читать лекции в формате презентаций, разработанных с помощью пакета прикладных программ MS Power Point, использовать наглядные, иллюстрированные материалы, обширную информацию в табличной и графической формах, а также электронные ресурсы сети Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ООП ВО по направлению 01.03.02 - «Прикладная математика и информатика» и профилю «Системное программирование и компьютерные технологии».

Рецензент от выпускающей кафедры по направлению (специальности)



подпись, ФИО, должность

